1. Aufgabe: a.) $\mathbf{u_1(t): \ a_n = \frac{8\widehat{u}}{\pi^2 n^2}}$ $[\mathbf{n = 1,\ 3,\ 5,\ \ldots}]$; $\mathbf{a_0 = 0;\ b_n = 0}$ $[\mathbf{n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots}]$

$$\mathbf{u_2(t): \ a_n = 2 \cdot Re\{\underline{c}_n\}} = \begin{cases} -\frac{2\sqrt{2}\,\widehat{u}}{n\pi} & : \ \mathbf{n = 1,\ 3,\ 9,\ 11,\ \ldots} \\ +\frac{2\sqrt{2}\,\widehat{u}}{n\pi} & : \ \mathbf{n = 5,\ 7,\ 13,\ 15,\ \ldots} \end{cases} \quad ; \quad \mathbf{a_0 = 0;\ b_n = 0} \quad [\mathbf{n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots}]$$

b.) Da in beiden Fällen $\mathbf{a_0 = 0}$ ist, sind beide Signale und auch deren Summe [für e.)] gleichstromfrei.

c.)

- Da in beiden Fällen $\mathbf{b_n = 0}$ ist [d.h. nur cosinus-Anteile auftreten], sind beide Signale und auch deren Summe [für e.)] gerade Funktionen.
- Da in beiden Fällen nur ungerade Vielfache der Grundfrequenz auftreten, besitzen beide Signale und deren Summe [für e.)] zudem eine ungerade Halbperioden-Symmetrie.

d.) Da in $\mathbf{u_1(t): \ a_n \sim \frac{1}{n^2}}$ und in $\mathbf{u_2(t): \ a_n \sim \frac{1}{n}}$ ist $\mathbf{k_1 < k_2}$.

e.) $\mathbf{u_1(t) + u_2(t)}$ besitzt wie $\mathbf{u_1(t)}$ und $\mathbf{u_2(t)}$ die folgenden Eigenschaften [siehe b.) und c.)]
und ist • gleichstromfrei, • gerade • mit ungerader Halbperiodensymmetrie.
Alle diese Eigenschaften besitzt nur $\mathbf{u}$ ④.

---

2. Aufgabe: $\mathbf{U_{E\,eff} = \sqrt{3^2 + (\frac{5}{\sqrt{2}})^2}\,V = 4.63681\,V}$; $\mathbf{U_{A\,eff} = U_{E\,eff} \cdot 10^{-\frac{3\,dB}{20\,dB}} = 3.28261\,V}$

$\mathbf{\underline{G}(s) = \frac{1}{1+s\cdot RC} = \frac{1}{1+s/\omega_g}} \quad \rightarrow \quad \mathbf{\underline{G}(j\,\omega_1) = \frac{1}{1+j\,\omega_1/\omega_g}} \quad \rightarrow \quad \mathbf{|\underline{G}(j\,\omega_1)|^2 = \frac{1}{1+x^2}}$ mit $\mathbf{x = \omega_1/\omega_g}$.

Aus $\mathbf{U_{A\,eff} = \sqrt{3^2 + (\frac{5}{\sqrt{2}})^2 \cdot \frac{1}{1+x^2}}\,V = 3.28261\,V}$ folgt durch Quadrieren und Auflösen
$\mathbf{x^2 = (\omega_1/\omega_g)^2 = \frac{10.72447}{1.77553} = 6.04017} \quad \rightarrow \quad \mathbf{x = 2.45768 = \omega_1 RC} \quad \rightarrow \quad \mathbf{C = 2.45768\,\mu F}$.

---

3. Aufgabe: a.) $\mathbf{\bar{U} = -\frac{\widehat{u}}{6} = -2\,V}$ b.) $\mathbf{u(t) = -\widehat{u} + \widehat{u} \cdot \frac{t}{T/6} = \widehat{u}(\frac{6t}{T} - 1)}$ für $\mathbf{0 \le t \le T/6}$

Gerade Zeitfunktion deshalb $\mathbf{U_{eff} = \sqrt{\frac{2}{T}\int_0^{T/6} u^2(t)dt} = \sqrt{\frac{2\widehat{u}^2}{T}\left[\int_0^{T/6}(\frac{6t}{T} - 1)^2 dt\right]} = \frac{\widehat{u}}{3} = 4\,V}$

c.) Bei der geraden Zeitfunktion $\mathbf{u(t)}$ entfallen alle sinus-Anteile und es gilt $\mathbf{b_3 = 0}$

$$\mathbf{a_3 = \frac{4}{T}\int_0^{T/6} \widehat{u} \cdot (\frac{6t}{T} - 1) \cdot \cos(3\omega_1 t)dt = -\frac{4\widehat{u}}{3\pi^2} = -1.62114\,V} \ \rightarrow \ \mathbf{A_3 = |a_3| = 1.62114\,V\ ; \varphi_3 = -90^\circ}$$

d.) $\mathbf{I_{eff} = \sqrt{0.1^2 + (\frac{0.2}{\sqrt{2}})^2}\,A = 173.205\,mA}$; $\mathbf{S = U_{eff} I_{eff} = 4\,V \cdot 173.205\,mA = 692.820\,mVA}$

e.) $\mathbf{P = P_0 + P_3 = (-2\,V) \cdot (-100\,mA) + (\frac{-1.62114\,V}{\sqrt{2}} \cdot \frac{-0.2\,A}{\sqrt{2}}) = 362.114\,mW}$

---

4. Aufgabe:

$\mathbf{u(t) = u_1(t) + u_2(t)}$ besteht aus einem Rechteckimpuls $\mathbf{u_1(t)}$ und einem Dreieckimpuls $\mathbf{u_2(t)}$:

$\mathbf{u_1(t)}$: (Halbwerts-)Breite $\mathbf{\tau_1 = 100\,\mu sec}$ Zeitverschiebung $\mathbf{dt_1 = 50\,\mu sec}$ Höhe $\mathbf{\widehat{u}_1 = 10\,V}$
$\mathbf{u_2(t)}$: (Halbwerts-)Breite $\mathbf{\tau_2 = 20\,\mu sec}$ Zeitverschiebung $\mathbf{dt_2 = 40\,\mu sec}$ Höhe $\mathbf{\widehat{u}_2 = -50\,V}$

Die zugehörigen Spektraldichtefunktionen entnimmt man Seite 36 des Skriptums:

$$\mathbf{\underline{U}_1(j\,\omega) = e^{-j\,\omega dt_1} \cdot \widehat{u}_1 \cdot \tau_1 \cdot si(\frac{\omega \cdot \tau_1}{2}) = e^{-j\,\omega 50\,\mu sec} \cdot 10\,V \cdot 100\,\mu sec \cdot si(\omega \cdot 50\,\mu sec)}$$

$$\mathbf{\underline{U}_2(j\,\omega) = e^{-j\,\omega dt_2} \cdot \widehat{u}_2 \cdot \tau_2 \cdot si^2(\frac{\omega \cdot \tau_2}{2}) = e^{-j\,\omega 40\,\mu sec} \cdot (-50\,V) \cdot 20\,\mu sec \cdot si^2(\omega \cdot 10\,\mu sec)}$$

$$\mathbf{\underline{U}(j\,\omega) = \underline{U}_1(j\,\omega) + \underline{U}_2(j\,\omega)}$$

$$\mathbf{\underline{U}(j\,\omega) = e^{-j\,\omega 50\,\mu sec} \cdot 10^{-3}\,Vsec \cdot si(\omega \cdot 50\,\mu sec) - e^{-j\,\omega 40\,\mu sec} \cdot 10^{-3}\,Vsec \cdot si^2(\omega \cdot 10\,\mu sec)}$$

$\mathbf{\underline{U}(j\,5 \cdot 10^4 \frac{1}{sec}) = 10^{-3}\,Vsec \cdot [\,e^{-j\,2.5} \cdot si(2.5) - e^{-j\,2} \cdot si^2(0.5)\,]}$ [Rechnung im Bogenmaß !]

$$\mathbf{\underline{U}(j\,5 \cdot 10^4 \frac{1}{sec}) = 10^{-3}\,Vsec \cdot [\,-0.191\,785 - j\,0.143\,268 - (0.382\,603 - j\,0.836\,004)\,]}$$

$$\mathbf{\underline{U}(j\,5 \cdot 10^4 \frac{1}{sec}) = (190.819 + j\,692.736)\,\mu Vsec}$$

5. Aufgabe: Das Netzwerk besitzt Hochpass-Verhalten und die Zeitkonstante $\tau = \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{R}} = \frac{\mathbf{0.3\,H}}{\mathbf{100\,\Omega}} = \mathbf{3\,msec}$

Sprünge der Eingangsspannung wirken in voller Höhe am Ausgang. Da ein Hochpass keine Gleichanteile übertragen kann verlaufen alle Ausgleichsvorgänge immer gegen den Endwert 0 V.

Auf ein Bild wird hier verzichtet, da der Lösungsweg im Skriptum auf Seite 59 an einem ähnlichen Beispiel Schritt für Schritt dargestellt ist.

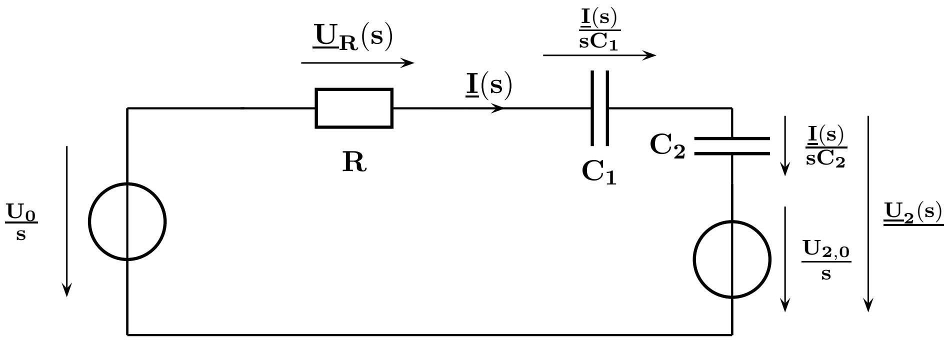
$\mathbf{u_2(t = 0\,msec^-) = 0\,V}$; $\mathbf{u_2(t = 0\,msec^+) = 10\,V}$

$\mathbf{u_2(t = 1\,msec^-) = 7.16531\,V}$; $\mathbf{u_2(t = 1\,msec^+) = -2.83469\,V}$

$\mathbf{u_2(t = 4\,msec^-) = -1.04282\,V}$; $\mathbf{u_2(t = 4\,msec^+) = 8.95718\,V}$; $\mathbf{u_2(t = 6\,msec) = 4.59877\,V}$

---

6. Aufgabe: a.) WICHTIG: Zeichnen Sie vor der Rechnung das Schaltbild im Bildbereich für $\mathbf{t > 0}$!



Die Maschengleichung ergibt $\underline{\mathbf{I}}(\mathbf{s}) = \dfrac{\dfrac{\mathbf{U_0 - U_{2,0}}}{\mathbf{s}}}{\mathbf{R} + \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{sC_1}} + \dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{sC_2}}} = \dfrac{\mathbf{U_0 - U_{2,0}}}{\mathbf{sR} + \dfrac{\mathbf{C_1 + C_2}}{\mathbf{C_1 \cdot C_2}}} = \dfrac{\mathbf{U_0 - U_{2,0}}}{\dfrac{\mathbf{C_1 + C_2}}{\mathbf{C_1 \cdot C_2}}\left[\mathbf{1 + sR \cdot \dfrac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}}\right]}$

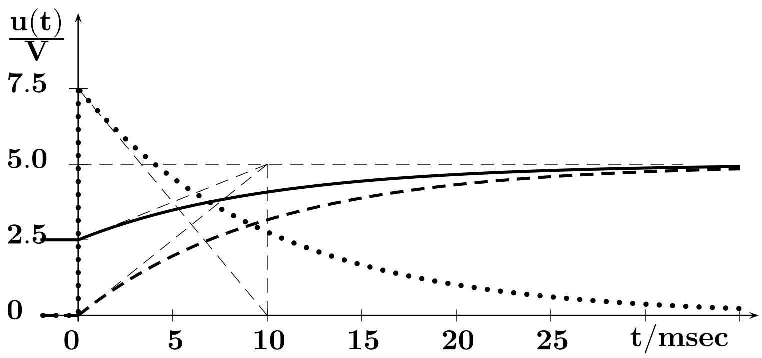
Die wirksame Zeitkonstante besitzt den Wert $\tau = \mathbf{R} \cdot \dfrac{\mathbf{C_1 \cdot C_2}}{\mathbf{C_1 + C_2}} = \mathbf{10\,msec}$.

b.) Aus der Maschengleichung rechts erhält man $\underline{\mathbf{U}}_\mathbf{2}(\mathbf{s}) = \dfrac{\mathbf{U_{2,0}}}{\mathbf{s}} + \dfrac{\underline{\mathbf{I}}(\mathbf{s})}{\mathbf{sC_2}} = \dfrac{\mathbf{2.5\,V}}{\mathbf{s}} + \dfrac{\mathbf{7.5\,V}}{\mathbf{3 \cdot s(1 + s \cdot 10\,msec)}}$

und die Rücktransformation ergibt die gesuchte Zeitfunktion $\mathbf{u_2(t) = [\ 5\,V - 2.5\,V \cdot e^{-t/10\,msec}\ ] \cdot \sigma(t)}$.

$\underline{\mathbf{U}}_\mathbf{R}(\mathbf{s}) = \underline{\mathbf{I}}(\mathbf{s}) \cdot \mathbf{R} = \dfrac{\mathbf{7.5\,V \cdot 10\,msec}}{\mathbf{1 + s \cdot 10\,msec}} \quad \rightarrow \quad \mathbf{u_R(t) = [\ 7.5\,V \cdot e^{-t/10\,msec}\ ] \cdot \sigma(t)}$

$\mathbf{u_{C1}(t) = U_0 - u_R(t) - u_2(t) = [\ 5\,V \cdot (1 - e^{-t/10\,msec})\ ] \cdot \sigma(t)}$



---

7. Aufgabe: a.) $\frac{\underline{\mathbf{A}}(\mathbf{z})}{\mathbf{z}} = \frac{\mathbf{7z^2 - 10.1z + 3.12}}{\mathbf{(z-1)(z-0.9)^2}} = \frac{\mathbf{r_1}}{\mathbf{z-1}} + \frac{\mathbf{r_{2,1}}}{\mathbf{(z-0.9)^1}} + \frac{\mathbf{r_{2,2}}}{\mathbf{(z-0.9)^2}}$. Rechnung nach Seite 122/123:

1. Polstelle bei z=1, i=1; q_1=1; j=1; einfach : $\mathbf{r_1} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{(1-1)!}} \cdot \frac{\mathbf{d^0}}{\mathbf{dz^0}} \left[\frac{\mathbf{7z^2 - 10.1z + 3.12}}{\mathbf{(z-1)(z-0.9)^2}} \cdot \mathbf{(z-1)}\right]_{\mathbf{z=1}} = \mathbf{2}$

2. Polstelle bei z=0.9, i=2; q_2=2; j=1; doppelt : $\mathbf{r_{2,1}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{(2-1)!}} \cdot \frac{\mathbf{d}}{\mathbf{dz}} \left[\frac{\mathbf{7z^2 - 10.1z + 3.12}}{\mathbf{(z-1)(z-0.9)^2}} \cdot \mathbf{(z-0.9)^2}\right]_{\mathbf{z=0.9}} = \mathbf{5}$

2. Polstelle bei z=0.9, i=2; q_2=2; j=2; doppelt : $\mathbf{r_{2,2}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{(2-2)!}} \cdot \frac{\mathbf{d^0}}{\mathbf{dz^0}} \left[\frac{\mathbf{7z^2 - 10.1z + 3.12}}{\mathbf{(z-1)(z-0.9)^2}} \cdot \mathbf{(z-0.9)^2}\right]_{\mathbf{z=0.9}} = \mathbf{3}$

Die Zerlegung in der Form für die Rücktransformation lautet: $\underline{\mathbf{A}}(\mathbf{z}) = \frac{\mathbf{2z}}{\mathbf{z-1}} + \frac{\mathbf{5z}}{\mathbf{(z-0.9)^1}} + \frac{\mathbf{3z}}{\mathbf{(z-0.9)^2}}$.

7. Aufgabe (Fortsetzung): Rücktransformation nach Seite 109 (oder 122/123) liefert die Ausgangsfolge:
$\mathbf{a[k] = [\,2 + 5 \cdot 0.9^k + 3 \cdot k \cdot 0.9^{k-1}\,] \cdot \sigma[k]} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{a[0] = 7;\ a[1] = 9.5;\ a[2] = 11.45;\ a[3] = 12.935}$.

c.) 1. Weg: Wenn die Summanden 2 und 3 abgeklungen sind, bleibt nur der Wert 2 übrig.

2. Weg: Der Endwertsatz liefert $\lim_{k\to\infty} \mathbf{a[k]} = \lim_{z\to 1} \left[\mathbf{(z-1)} \cdot \frac{\mathbf{7z^3 - 10.1z^2 + 3.12z}}{\mathbf{(z-1)(z-0.9)^2}} \right] = \frac{\mathbf{0.02}}{\mathbf{0.01}} = \mathbf{2}$.

d.) $\mathbf{7z^3 - 10.1z^2 + 3.12z : z^3 + \ldots = 7 + \ldots}$ Da $\mathbf{a[k] = 0}$ für $\mathbf{k < 0}$ ist $\mathbf{a[k]}$ kausal.

---

8. Aufgabe: a.) $\underline{\mathbf{X}}(\mathbf{1 - z^{-6}}) = \underline{\mathbf{Y}}(\mathbf{1 - z^{-2}})$; $\underline{\mathbf{G}}(\mathbf{z^{-1}}) = \frac{\mathbf{1 - z^{-6}}}{\mathbf{1 - z^{-2}}}$; $\underline{\mathbf{G}}(\mathbf{z}) = \frac{\mathbf{z^6 - 1}}{\mathbf{z^6 - z^4}} = \frac{\mathbf{(z^4 + z^2 + 1)\cdot(z+1)\cdot(z-1)}}{\mathbf{z^4 \cdot (z+1)(z-1)}}$

b.) Da sowohl der Faktor (z+1) als auch der Faktor (z-1) ohne Rest im Zählerpolynom enthalten ist, erhält man durch Polynomdivision die gesuchte teilerfremde Funktion $\underline{\mathbf{G}}_{\mathbf{t}}(\mathbf{z}) = \frac{\mathbf{z^4 + z^2 + 1}}{\mathbf{z^4}}$.

c.) Alle 4 Pole liegen im Ursprung bei z=0; deshalb stabiles Verhalten. Die 4 Nullstellen bilden ein Quadrupel mit den Werten $\mathbf{z_{0\ 1,2,3,4} = \pm 1/2 \pm j\,\sqrt{3}/2}$. Wert der Konstante Q = 1.

d.) Aus $\underline{\mathbf{G}}_{\mathbf{t}}(\mathbf{z^{-1}}) = \frac{\mathbf{1 + z^{-2} + z^{-4}}}{\mathbf{1}} = \frac{\mathbf{A}}{\mathbf{E}}$ folgt, dass zur Realisierung eine FIR- Struktur (4 Verzögerungen) ausreichend ist, da das Nennerpolynom $\underline{\mathbf{G}}(\mathbf{z^{-1}})$ vom Grad 0 ist.

e.) Aus $\underline{\mathbf{G}}_{\mathbf{t}}(\mathbf{z^{-1}}) = \mathbf{1 + z^{-2} + z^{-4}}$ folgt $\mathbf{g[0] = 1;\ g[1] = 0;\ g[2] = 1;\ g[3] = 0;\ g[4] = 1}$.
Da die EIA bei k=0 beginnt (d.h. g[k] = 0 für k < 0), ist das Netzwerk kausal.

f.) DIFFGL : $\mathbf{y[k] = x[k] + x[k-2] + x[k-4]}$ Die Lösung (z.B. mit einer Tabelle oder mit Folienstreifen) ergibt die Folge am Ausgang

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y[k]	0	1	2	4	6	4	6	3	4

---

9. Aufgabe: a.) $\mathbf{w[k] = \{\,0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ \sqrt{2}/2,\ 1,\ \sqrt{2}/2,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0\,\}}$ für $\mathbf{-4 \le k \le 8}$.

b.) FIR- Struktur mit 3 Verzögerungen und $\mathbf{a_0 = 0,\ a_1 = \sqrt{2}/2,\ a_2 = 1,\ a_3 = \sqrt{2}/2}$.

c.) $\underline{\mathbf{G}}(\mathbf{z^{-1}}) = \frac{\sqrt{\mathbf{2}}}{\mathbf{2}} \cdot \mathbf{z^{-1} + z^{-2}} + \frac{\sqrt{\mathbf{2}}}{\mathbf{2}} \cdot \mathbf{z^{-3}}$; $\underline{\mathbf{G}}(\mathbf{j}\,\omega) = \mathbf{e^{-j\,2\omega T_S}} \cdot \left[\mathbf{1} + \frac{\sqrt{\mathbf{2}}}{\mathbf{2}} \cdot (\mathbf{e^{+j\,\omega T_S} + e^{-j\,\omega T_S}})\right]$
$\underline{\mathbf{G}}(\mathbf{j}\,\omega) = \mathbf{e^{-j\,2\omega T_S}} \cdot \left[\mathbf{1 + \sqrt{2} \cdot \cos(\omega T_S)}\right]$ d.) $\underline{\mathbf{G}}(\mathbf{x}) = \mathbf{e^{-j\,4\pi x}} \cdot \left[\mathbf{1 + \sqrt{2} \cdot \cos(2\pi x)}\right]$

Da die Verstärkung zu hohen Frequenzen hin sinkt, wirkt das Fenster wie ein Tiefpassfilter.

e.) $\mathbf{1 + \sqrt{2} \cdot \cos(2\pi \cdot x_o) = 0}$: Die Rechnung im Bogenmaß ergibt $\mathbf{x_o = 0.375}$.

f.) $\mathbf{v_{D\,max} = 1 + \sqrt{2} = 2.4142 \,\widehat{=}\, 7.6555\ dB}$; $\mathbf{v_{S\,max} = |1 - \sqrt{2}| = 0.4142 \,\widehat{=}\, -7.6555\ dB}$

---

10. Aufgabe: a.) $\underline{\mathbf{G}}(\mathbf{s}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1 + s \cdot L/R + s^2 \cdot LC}}$; $\underline{\mathbf{G}}(\mathbf{j}\,\omega) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1 - \omega^2 LC + j\,\omega L/R}}$

b.) Realteil { Nenner } = 0 für $\mathbf{1 - \omega_o^2 \cdot LC = 0}$; $\omega_o^2 = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{LC}}$; $\omega_o = \mathbf{10^4 \frac{1}{sec}}$; $\mathbf{f_o = 1591.55\ Hz}$

c.) Mit $\mathbf{s} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{T_S}} \cdot \frac{\mathbf{z-1}}{\mathbf{z+1}}$ erhält man $\underline{\mathbf{G}}(\mathbf{z}) = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{1 + \frac{L}{R} \cdot \frac{2}{T_S} \cdot \frac{z-1}{z+1} + LC \cdot \left[\frac{2}{T_S} \cdot \frac{z-1}{z+1}\right]^2}} = \frac{\mathbf{z^2 + 2z + 1}}{\mathbf{5.2z^2 - 6z + 4.8}}$

d.) $\tilde{\mathbf{f}}_{\mathbf{o}} = \tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{f_o}) = \frac{\mathbf{f_S}}{\pi} \cdot \mathbf{arctan}(\pi \cdot \frac{\mathbf{f_o}}{\mathbf{f_S}}) = \mathbf{1475.84\ Hz}$

Kontinuierliches Filter	Betrag	Winkel	Zeitdiskretes Filter	z	Betrag	Winkel
$\mathbf{f = 0\,Hz}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{0°0}$	$\tilde{\mathbf{f}} = \mathbf{0\,Hz}$	$\mathbf{1 + j\,0}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{0°}$
$\mathbf{f = f_o = 1591.55\,Hz}$	$\mathbf{10}$	$\mathbf{-90°}$	$\tilde{\mathbf{f}}_{\mathbf{o}} = \mathbf{1475.84\,Hz}$	$\mathbf{0.6 + j\,0.8}$	$\mathbf{10}$	$\mathbf{-90°}$
$\mathbf{f \to \infty}$	$\mathbf{\to 0}$	$\mathbf{\to -180°}$	$\tilde{\mathbf{f}} \to \mathbf{5000\,Hz}$	$\mathbf{\to -1\ +\ j\,0}$	$\mathbf{\to 0}$	$\mathbf{\to -180°}$