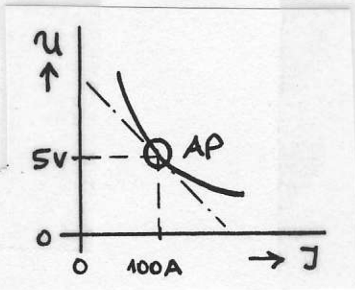
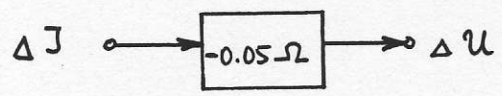
Ü 01:

a.) $U(I) = \frac{500\,W}{I} = 500\;W \cdot I^{-1}$; $\frac{dU(I)}{I} = -500\;W \cdot I^{-2} = -\frac{500\,W}{I^2}$

Im AP gilt $\frac{dU(I)}{I}|_{AP} = -\frac{500\,W}{(100\;A)^2} = -0.05\;\Omega$ und damit $\Delta U = -0.05\;\Omega \cdot \Delta I$.





b.) $I = 100\;A + \Delta I$; $U_{lin} = 5\;V - 0.05\;\Omega \cdot \Delta I$; $U_{exakt} = \frac{500\;W}{100\;A + \Delta I}$

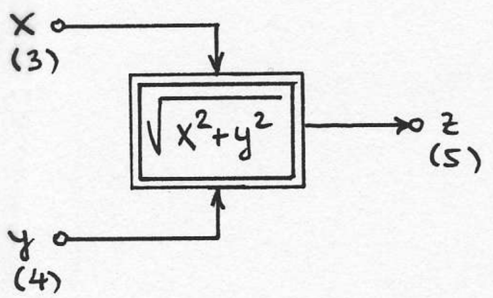
$1\;\% = \frac{U_{lin} - U_{exakt}}{U_{exakt}}$; $0.01 \cdot \frac{500\;W}{100\;A+\Delta I} = |5\;V - 0.05\;\Omega \cdot \Delta I - \frac{500\;W}{100\;A+\Delta I}|$

Durch Umformen findet man die Gleichung für ΔI : $5\;W = 0.05\;\Omega \cdot \Delta I^2$; $\Delta I = \sqrt{\frac{5\;W}{0.05\;\Omega}} = 10\;A$

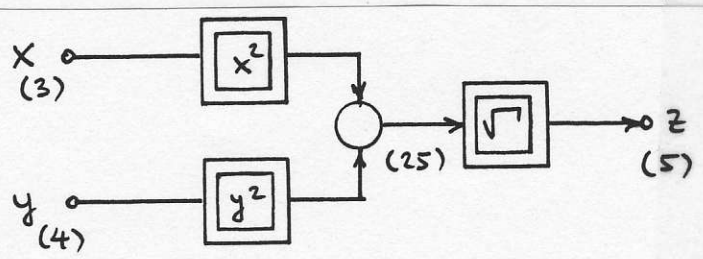
Der maximale Strom ergibt sich aus dem Strom im AP und ΔI : $I_{max} = I_0 + \Delta I = 100\;A + 10\;A = 110\;A$

Ü 02:

a.) Ermittlung direkt in einem Block



Mit Zwischengrößen



b.)

$z = \sqrt{x^2 + y^2} = (x^2 + y^2)^{1/2}$

$\frac{\delta z}{\delta x} = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$; $\frac{\delta z}{\delta y} = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}$

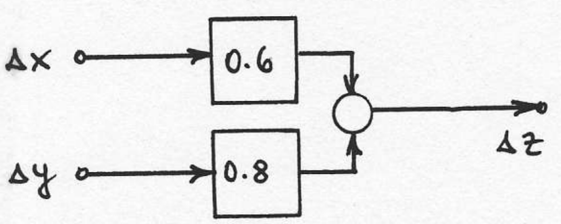
$\frac{\delta z}{\delta x}|_{AP} = 0.6$; $\frac{\delta z}{\delta y}|_{AP} = 0.8$

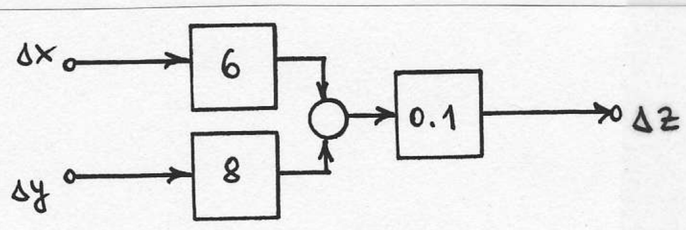
Quadrierer (siehe Skriptum Seite 5)

Δx : $2 \cdot x_0 = 2 \cdot 3 = 6$; Δy : $2 \cdot y_0 = 2 \cdot 4 = 8$

Radizierer (siehe Skriptum Seite 5)

Verstärkung im Arbeitspunkt: $\frac{1}{2\sqrt{25}} = 0.1$



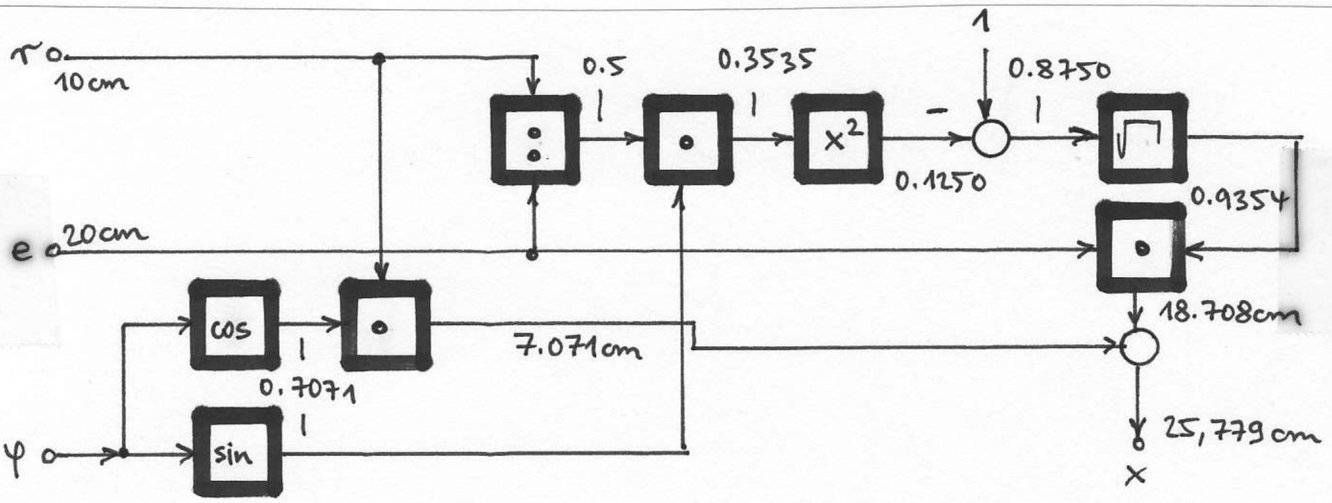


c.) $\Delta x = 0.1$; $\Delta y = -0.1$; $\Delta z = 0.6 \cdot 0.1 + 0.8 \cdot (-0.1) = -0.02$;

$z_{lin} = z_0 + \Delta z = 5.00 - 0.02 = 4.98$; $z_{exakt} = \sqrt{3.1^2 + 3.9^2} = 4.9820$

Bei kleinen Abweichungen vom AP weicht das Ergebnis des linearisierten Modells kaum von der exakten Rechnung ab.

Ü 03: a.)



b.) $x(\varphi = 45^o) = 25.779\,cm$

Ü 04: a.) Aus der Formelsammlung: $V(x) = \frac{\pi x}{3}[r^2(x) + r_{min}^2 + r(x)\cdot r_{min}]$ mit $r(x) = r_{min} + \Delta r(x)$

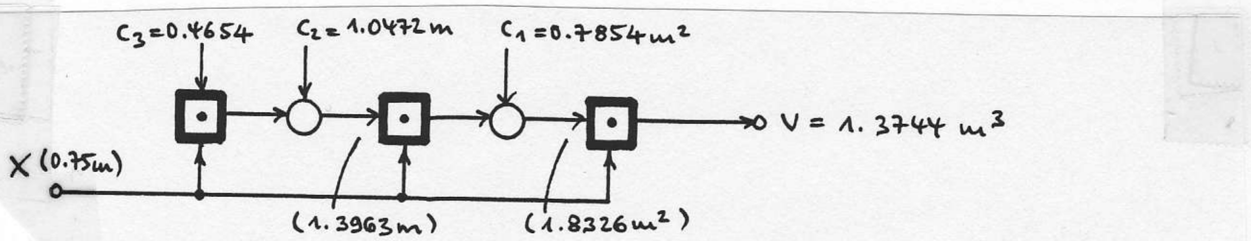
Die Größe $\Delta r(x) = \frac{x}{\tan\alpha}$ berechnet man aus den gegebenen Abmessungen $\tan\alpha = \frac{x_{max}}{r_{max} - r_{min}}$

$V(x) = \frac{\pi x}{3}[(r_{min} + \frac{x}{\tan\alpha})^2 + r_{min}^2 + (r_{min} + \frac{x}{\tan\alpha})\cdot r_{min}] = \frac{\pi}{3}[0.4444\cdot x^3 \ + \ 1\,m\cdot x^2 \ + \ 0.75\,m^2\cdot x]$

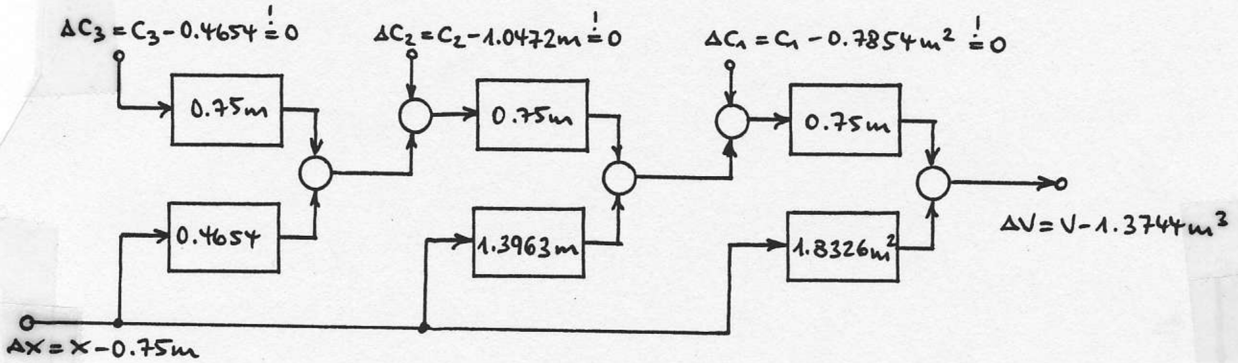
b.) $V_{max} = V(x = x_{max}) = 5.1051\,m^3$

c.) Zur Vermeidung von Potenzfunktionen im Wirkungsplan wird das Polynom V(x) umgeschrieben:

$V(x) = 0.4654\cdot x^3 \ + \ 1.0472\,m\cdot x^2 \ + \ 0.7854\,m^2\cdot x = (((0.4654)\cdot x + 1.0472\,m)\cdot x + 0.7854\,m^2)\cdot x$



d.)



Bei festen Abmessungen (d.h. bei konstanten Koeffizienten $\mathbf{c_3, c_2, c_1}$ im Polynom V(x)) gilt

$\mathbf{\Delta V(\Delta x) = \Delta x\cdot[0.4654\cdot(0.75\ m)^2 \ + \ 1.3963\ m\cdot 0.75\ m \ + \ 1.8326\ m^2] = \Delta x\cdot 3.1416\ m^2}$

Oder über die Ableitung des Polynoms: $\mathbf{V(x) = c_3x^3 + c_2x^2 + c_1x}$; $\mathbf{\frac{dV}{dx} = 3c_3x^2 + 2c_2x + c_1}$

$\mathbf{\Delta V(\Delta x) = \Delta x\cdot\frac{dV}{dx}|_{x=0.75\ m} = \Delta x\cdot 3.1416\ m^2}$

e.) $V_{exakt}(x = 0.8\ m) = 1.5368\ m^3$; $\Delta V(\Delta x = 0.05\ m) = 0.1571\ m^3$; $V_{lin}(x = 0.8\ m) = 1.5315\ m^3$

Ü 06: a.) $\underline{G}(s) = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = \frac{\frac{1}{sC}}{R+sL+\frac{1}{sC}} = \frac{1}{1+sRC+s^2LC} = \frac{1}{1+s \cdot 1.5915 \cdot 10^{-4}\ sec + s^2 \cdot 2.5329 \cdot 10^{-10}\ sec^2}$

b.) $\omega_B = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{15.915\ mH \cdot 15.915\ nF}} = 6.2834 \cdot 10^4\ \frac{1}{sec}$; Normierte Frequenzvariable: $\widetilde{s} = \frac{s}{\omega_B}$

In $\underline{G}(s)$ wird s ersetzt durch $s = \widetilde{s} \cdot \omega_B = \widetilde{s} \cdot 6.2834 \cdot 10^4\ \frac{1}{sec}$ und man erhält

$\underline{G}(\widetilde{s}) = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = \frac{1}{1+\widetilde{s} \cdot 6.2834 \cdot 10^4 \frac{1}{sec} \cdot 1.5915 \cdot 10^{-4} sec + \widetilde{s}^2 \cdot (6.2834 \cdot 10^4 \frac{1}{sec})^2 \cdot 2.5329 \cdot 10^{-10} sec^2} = \frac{1}{1+\widetilde{s} \cdot 10.0000 + \widetilde{s}^2 \cdot 1.0000}$

<u>WICHTIG:</u> Wenn es sich erkennbar um eine normierte Funktion handelt, in der keine Einheiten enthalten sind, wird in der Vorlesung und auch in den folgenden Übungen die Tilde über dem s weggelassen!

c.) Normierung mit den gegebenen Bezugsgrößen: $R_B = R = 10\ k\Omega$; $\omega_B = 6.2834 \cdot 10^4\ \frac{1}{sec}$

Dazu passend werden noch berechnet: $L_B = \frac{R_B}{\omega_B} = 159.15\ mH$; $C_B = \frac{1}{\omega_B R_B} = 1.5915\ nF$

Damit erhält man die normierten Elementewerte: $r = \frac{R}{R_B} = 1$; $l = \frac{L}{L_B} = 0.1$; $c = \frac{C}{C_B} = 10$

d.) Neue Bezugsgrößen: $R_B = R = 50\ \Omega$; $\omega_B = 10^6\ \frac{1}{sec}$

und daraus die zugehörigen Bezugsgrößen für L und C: $L_B = \frac{R_B}{\omega_B} = 50\ \mu H$; $C_B = \frac{1}{\omega_B R_B} = 20\ nF$

Die Entnormierung mit den berechneten Bezugsgrößen liefert die folgenden neuen technischen Werte:

$R = r \cdot R_B = 1 \cdot 50\ \Omega = 50\ \Omega$; $L = l \cdot L_B = 0.1 \cdot 50\ \mu H = 5\ \mu H$; $C = c \cdot C_B = 10 \cdot 20\ nF = 200\ nF$

Ü 07: Aus $f_B = 31.831\ Hz$ berechnet man $\omega_B = 2 \cdot \pi \cdot f_B = 200\ \frac{1}{sec}$ und ersetzt in der gegebenen Funktion das s (könnte auch mit $\widetilde{s} = \frac{s}{\omega_B}$ bezeichnet sein) durch $\frac{s}{\omega_B} = s \cdot 0.005\ sec.$

Dadurch erhält man die entnormierte Funktion $\underline{G}(s) = \frac{3.162}{(1+s \cdot 0.01 \cdot 0.005\ sec)(1+s \cdot 0.5 \cdot 0.005\ sec)(1+s \cdot 1 \cdot 0.005\ sec)}$

$\underline{G}(s) = \frac{3.162}{(1+s \cdot 5 \cdot 10^{-5}\ sec)(1+s \cdot 2.5 \cdot 10^{-3}\ sec)(1+s \cdot 5 \cdot 10^{-3}\ sec)}$ $T_1 = 50\ \mu sec$; $T_2 = 2.5\ msec$; $T_3 = 5\ msec$

Ü 08: a.) Normierte Frequenzvariable: $\widetilde{s} = \frac{s}{\omega_B}$; $s = \widetilde{s} \cdot \omega_B = \widetilde{s} \cdot 0.1\ \frac{1}{sec}$; $s^2 = \widetilde{s}^2 \cdot 0.01\ \frac{1}{sec^2}$

$\underline{G}(\widetilde{s}) = \frac{10}{(1+\widetilde{s} \cdot 10\ sec \cdot 0.1\ \frac{1}{sec})(1+\widetilde{s} \cdot 4\ sec \cdot 0.1\ \frac{1}{sec} + \widetilde{s}^2 \cdot 100\ sec^2 \cdot 0.01\ \frac{1}{sec^2})} = \frac{10}{(1+\widetilde{s})(1+\widetilde{s} \cdot 0.4 + \widetilde{s}^2)}$

b.) In $\underline{G}(\widetilde{s})$ ist zu ersetzen: $\widetilde{s} = \frac{s}{\omega_B} = \frac{s}{0.3}\ sec$; $\widetilde{s}^2 = \frac{s^2}{\omega_B^2} = \frac{s^2}{0.09}\ sec^2$

$\underline{G}(s) = \frac{10}{(1+\frac{s}{0.3}\ sec)(1+0.4\frac{s}{0.3}\ sec + \frac{s^2}{0.09}\ sec^2)} = \frac{10}{(1+s \cdot 3.3333\ sec)(1+s \cdot 1.3333\ sec + s^2 \cdot 11.1111\ sec^2)}$

Ü 09: a.) Bezugszeit: $T_B = \frac{1}{\omega_B} = 2\ sec$ Normierte Zeit: $\widetilde{t} = \frac{t}{T_B}$; $t = \widetilde{t} \cdot T_B = \widetilde{t} \cdot 2\ sec$

Bezieht man alle Spannungen auf $U_B = 10\ V$ folgt $\widetilde{u}(\widetilde{t}) = 2 + 1 \cdot e^{-\widetilde{t}} - 3 \cdot e^{-\widetilde{t}/2}$.

b.) Entnormierung mit den neuen Bezugsgrößen $U_B = 2\ V$; $T_B = \frac{1}{\omega_B} = \frac{1}{0.1\ \frac{1}{sec}} = 10\ sec$; $\widetilde{t} = \frac{t}{T_B}$

In der neuen Zeitfunktion sind die Spannungen mit dem Faktor $\frac{2\ V}{10\ V} = 0.4$ versehen. Die Zeitkonstanten sind um einen Faktor $\frac{10\ sec}{2\ sec} = 5$ verändert. $U(t) = 4\ V + 2\ V \cdot e^{-t/10\ sec} - 6\ V \cdot e^{-t/20\ sec}$

Ü 10: Alle Amplituden sind mit $U_B = 5\ V$ zu multiplizieren; die (normierte) Zeit T (hier ohne Tilde geschrieben) ist durch $t := \frac{t}{T_B} = \frac{t}{6\ sec}$ zu ersetzen:

$u(t) = 35\ V - 15\ V \cdot e^{-t/6\ sec} - 20\ V \cdot e^{-t/3\ sec} + 25\ V \cdot e^{-t/2\ sec} \cdot \sin(t/12\ sec)$

Ü 11: $\underline{P}_1(s) = 4(s^2 + 4s + 4) = 4(s+2)^2$; Q = 4; doppelte NS bei $s_0 = -2$; HP, da RE$\{s_0\} < 0$.

$\underline{P}_2(s) = 7(s^2+4s+3) = 7(s+1)(s+3)$; Q = 7; NSn bei $s_{0\,1} = -1$ und $s_{0\,2} = -3$; HP, da RE$\{s_0\mu\} < 0$.

$\underline{P}_3(s) = 5(s^2 - 2s + 5)$; Q = 5; NSn bei $s_{0\,1,2} = +1 \pm j\,2$; kein HP, da RE$\{s_0\} > 0$.

$\underline{P}_4$: Polynomdivision durch (s+1) liefert quadratisches Restpolynom; $\underline{P}_4(s) = 4(s+1)(s^2 + s + 4.25)$

Q = 4; NSn bei $s_{0\,1} = -1$ und $s_{0\,2,3} = -0.5 \pm j\,2$; HP, da RE$\{s_0\mu\} < 0$.

Ü 12: Nur bei reellen oder konjugiert komplexen Nullstellen sind die Polynomkoeffizienten reell.

$\underline{P}_1(s) = 12 \cdot (s - [-4])(s - [-3])(s - [-1 + j3])(s - [-1 - j3]) = 12s^4 + 108s^3 + 432s^2 + 1128s + 1440$

$\underline{P}_2(s) = 2 \cdot (s + 5 - j)(s + 5 + j)(s + 1 - j5)(s + 1 + j5) = 2s^4 + 24s^3 + 144s^2 + 624s + 1352$

$\underline{P}_3(s) = 0.25 \cdot (s - [-4])^2(s - [-2])^2 = 0.25s^4 + 3s^3 + 13s^2 + 24s + 16$

Ü 13: $\underline{P}_1(s) = 3s^3 + 27s^2 + 69s + 45$; $\underline{P}_1'(s) = 9s^2 + 54s + 69$; Startwert $s_0 = 0$

Schritt 1: $s_1 = s_0 - \frac{\underline{P}_1(s_0)}{\underline{P}_1'(s_0)} = 0.0000 - \frac{((3s+27)s+69)s+45}{(9s+54)s+69}|_{s_0=0.0000} = -0.6522$

Schritt 2: $s_2 = s_1 - \frac{\underline{P}_1(s_1)}{\underline{P}_1'(s_1)} = -0.6522 - \frac{((3s+27)s+69)s+45}{(9s+54)s+69}|_{s_1=-0.6522} = -0.9354$

Schritt 3: $s_3 = s_2 - \frac{\underline{P}_1(s_2)}{\underline{P}_1'(s_2)} = -0.9354 - \frac{((3s+27)s+69)s+45}{(9s+54)s+69}|_{s_2=-0.9354} = -0.9971$

Schritt 4: $s_4 = s_3 - \frac{\underline{P}_1(s_3)}{\underline{P}_1'(s_3)} = -0.9971 - \frac{((3s+27)s+69)s+45}{(9s+54)s+69}|_{s_3=-0.9971} = -1.0000$

$\underline{P}_2(s) = 5s^3 + 5s + 50$; $\underline{P}_2'(s) = 15s^2 + 5$; Startwert $s_0 = 1 + j$

Schritt 1: $s_1 = s_0 - \frac{\underline{P}_2(s_0)}{\underline{P}_2'(s_0)} = 1.0000 + j1.000 - \frac{(5s^2+5)s+50}{15s^2+5}|_{s_0=1.0000+j1.0000} = 0.2703 + j2.3784$

Schritt 2: $s_2 = s_1 - \frac{\underline{P}_2(s_1)}{\underline{P}_2'(s_1)} = 0.2703 + j2.3784 - \frac{(5s^2+5)s+50}{15s^2+5}|_{s_1=0.2703+j2.3784} = 0.7667 + j1.8299$

Schritt 3: $s_3 = s_2 - \frac{\underline{P}_2(s_2)}{\underline{P}_2'(s_2)} = 0.7667 + j1.8299 - \frac{(5s^2+5)s+50}{15s^2+5}|_{s_2=0.7667+j18299} = 1.0461 + j2.0058$

Schritt 4: $s_4 = s_3 - \frac{\underline{P}_2(s_3)}{\underline{P}_2'(s_3)} = 1.0461 + j2.0058 - \frac{(5s^2+5)s+50}{15s^2+5}|_{s_3=1.0461+j2.0058} = 1.0007 + j1.9993$

Ü 14:

Fkt. Nr.	Grad	Zähler-Grad	Nenner-Grad	Stabil	schwingungsfähig	realisierbar	nur einfache Polstellen	nur reelle Polstellen	$\underline{C}(s) \hat{=}$ HP
1	5	2	5	ja	ja	ja	ja	nein	ja
2	2	1	2	ja	nein	ja	ja	ja	ja
3	3	1	3	ja	nein	ja	nein	ja	ja
4	3	0	3	nein	nein	ja	ja	ja	nein
5	2	1	2	ja	ja	ja	ja	nein	ja
6	2	0	2	ja	ja	ja	ja	nein	ja
7	3	0	3	nein	ja	ja	ja	nein	nein
8	5	3	5	ja	nein	ja	nein	ja	ja
9	3	2	3	ja	nein	ja	ja	ja	ja

Fkt. Nr.	Summenform	Produktform Variante 1	Produktform Variante 2
1	$\frac{10s^2+62.5}{s^5+9.5s^4+39s^3+93s^2+130s+87.5}$	$\frac{10(s-j2.5)(s+j2.5)}{(s+3.5)(s+2-j)(s+2+j)(s+1-j2)(s+1+j2)}$	entfällt
2	$\frac{3s+12}{s^2+5s+6}$	$\frac{3(s+4)}{(s+2)(s+3)}$	$\frac{2(1+0.25s)}{(1+0.5s)(1+0.3333s)}$
3	$\frac{100s+200}{s^3+5s^2+7s+3}$	$\frac{100(s+2)}{(s+1)^2(s+3)}$	$\frac{66.667(1+0.5s)}{(1+s)^2(1+0.3333s)}$
4	$\frac{2.5}{6s^3+5s^2+s}$	$\frac{0.4166}{s(s+0.5)(s+0.3333)}$	$\frac{2.5}{s(1+2s)(1+3s)}$
5	$\frac{1.234s}{s^2+0.2s+0.26}$	$\frac{1.234s}{(s+0.1-j0.5)(s+0.1+j0.5)}$	entfällt
6	$\frac{1.234}{s^2+0.2s+0.26}$	$\frac{1.234}{(s+0.1-j0.5)(s+0.1+j0.5)}$	entfällt
7	$\frac{1.234}{s^3+0.2s^2+0.26s}$	$\frac{1.234}{s(s+0.1-j0.5)(s+0.1+j0.5)}$	entfällt
8	$\frac{6s^3+24s^2+28s+6}{s^5+8s^4+24s^3+34s^2+23s+6}$	$\frac{6(s+0.2744)(s+1.8628-j0.4175)(s+1.8628+j0.4175)}{(s+1)^3(s+2)(s+3)}$	entfällt
9	$\frac{-5s^2-1.5s+2}{s^3+3.5s^2+3.5s+1}$	$\frac{-5(s+0.8)(s-0.5)}{(s+0.5)(s+1)(s+2)}$	$\frac{2(1+1.25s)(1-2s)}{(1+2s)(1+s)(1+0.5s)}$

Die Konstante Q der Produktform ist bei der Variante 1 abzulesen; beachten Sie den veränderten Wert der Konstante bei Variante 2, der durch das Ausklammern der Eckkreisfrequenzen entsteht.

Ü 14: Fortsetzung

Fkt. Nr.	$\underline{G}(0)$	$\underline{G}(0)$ in dB	Partialbruch-Zerlegung (PBZ)	Bemerkung
1	0.7143	-2.9222	$\frac{r_1}{s+3.5} + \frac{r_{2\,re}+j\,r_{2\,im}}{s+2-j} + \frac{r_{2\,re}-j\,r_{2\,im}}{s+2+j} + \frac{r_{3\,re}+j\,r_{3\,im}}{s+1-j2} + \frac{r_{3\,re}-j\,r_{3\,im}}{s+1+j2}$	nur Bauform
2	2.0000	6.0206	$\frac{6}{s+2} - \frac{3}{s+3}$	
3	66.667	36.478	$\frac{25}{s+1} + \frac{50}{(s+1)^2} - \frac{25}{s+3}$	
4	$\rightarrow \infty$	$\rightarrow \infty$	$\frac{2.5}{s} - \frac{7.5}{s+0.3333} + \frac{5}{s+0.5}$	
5	0	$\rightarrow -\infty$	$\frac{0.6170+j0.1234}{s+0.1-j0.5} + \frac{0.6170-j0.1234}{s+0.1+j0.5}$	
6	4.7462	13.527	$\frac{-j1.234}{s+0.1-j0.5} + \frac{+j1.234}{s+0.1+j0.5}$	
7	$\rightarrow \infty$	$\rightarrow \infty$	$\frac{4.7462}{s} + \frac{-2.3731+j0.4746}{s+0.1-j0.5} + \frac{-2.3731-j0.4746}{s+0.1+j0.5}$	
8	1.0000	0.0000	$\frac{1}{s+1} + \frac{2}{(s+1)^2} - \frac{2}{(s+1)^3} + \frac{2}{s+2} - \frac{3}{s+3}$	
9	2.0000	6.0206	$\frac{2}{s+0.5} + \frac{3}{s+1} - \frac{10}{s+2}$	

Fkt. Nr.	Einheits-Impuls-Antwort (EIA)	Bemerkung
1	$[\, r_1\, e^{-3.5t} + K_2\, e^{-2t} \sin(t+\varphi_2) + K_3\, e^{-t} \sin(2t+\varphi_3) \,] \cdot \sigma(t)$	nur Bauform
2	$[\, 6e^{-2t} - 3e^{-3t} \,] \cdot \sigma(t)$	
3	$[\, (25+50t)e^{-t} - 25e^{-3t} \,] \cdot \sigma(t)$	
4	$[\, 2.5 - 7.5e^{-0.3333t} + 5e^{-0.5t} \,] \cdot \sigma(t)$	
5	$[\, 1.2584e^{-0.1t} \sin(0.5t + 101.3099°) \,] \cdot \sigma(t)$	φ korrigiert
6	$[\, 2.468e^{-0.1t} \sin(0.5t) \,] \cdot \sigma(t)$	
7	$[\, 4.7462 + 4.8401e^{-0.1t} \sin(0.5t - 101.3099°) \,] \cdot \sigma(t)$	φ korrigiert
8	$[\, e^{-t}(1+2t-t^2) + 2e^{-2t} - 3e^{-3t} \,] \cdot \sigma(t)$	war gegeben
9	$[\, -10e^{-2t} + 3e^{-t} + 2e^{-0.5t} \,] \cdot \sigma(t)$	

Fkt. Nr.	Einheits-Sprung-Antwort (ESA)	Bemerkung
1	$[\, r_0 + \tilde{r}_1\, e^{-3.5t} + \tilde{K}_2\, e^{-2t} \sin(t+\tilde{\varphi}_2) + \tilde{K}_3\, e^{-t} \sin(2t+\tilde{\varphi}_3) \,] \cdot \sigma(t)$	nur Bauform
2	$[\, 2 - 3e^{-2t} + e^{-3t} \,] \cdot \sigma(t)$	
3	$[\, 66.667 - (75+50t)e^{-t} + 8.3333e^{-3t} \,] \cdot \sigma(t)$	
4	$[\, 2.5t - 12.5 + 22.5e^{-0.3333t} - 10e^{-0.5t} \,] \cdot \sigma(t)$	
5	$[\, 2.468e^{-0.1t} \sin(0.5t) \,] \cdot \sigma(t)$	
6	$[\, 4.7462 + 4.8401e^{-0.1t} \sin(0.5t - 101.3099°) \,] \cdot \sigma(t)$	φ korrigiert
7	$[\, 4.7462t - 3.6509 + 9.4923e^{-0.1t} \sin(0.5t + 157.3801°) \,] \cdot \sigma(t)$	φ korrigiert
8	$[\, 1 + e^{-t}(-1+t^2) - e^{-2t} + e^{-3t} \,] \cdot \sigma(t)$	
9	$[\, 2 + 5e^{-2t} - 3e^{-t} - 4e^{-0.5t} \,] \cdot \sigma(t)$	war gegeben

Ü 15: $\underline{\mathbf{G}}_{\mathbf{ges\,1}} = \frac{\underline{\mathbf{A}}_1}{\underline{\mathbf{E}}_1}$ Schrittweise Zusammenfassung / Umformung

1.) [$\underline{G}_1$ in Kette mit $\underline{G}_2$] parallel zu $\underline{G}_3$ ergibt $\underline{G}_{123} = (s \cdot s) + \frac{1}{s} = \frac{s^3+1}{s}$

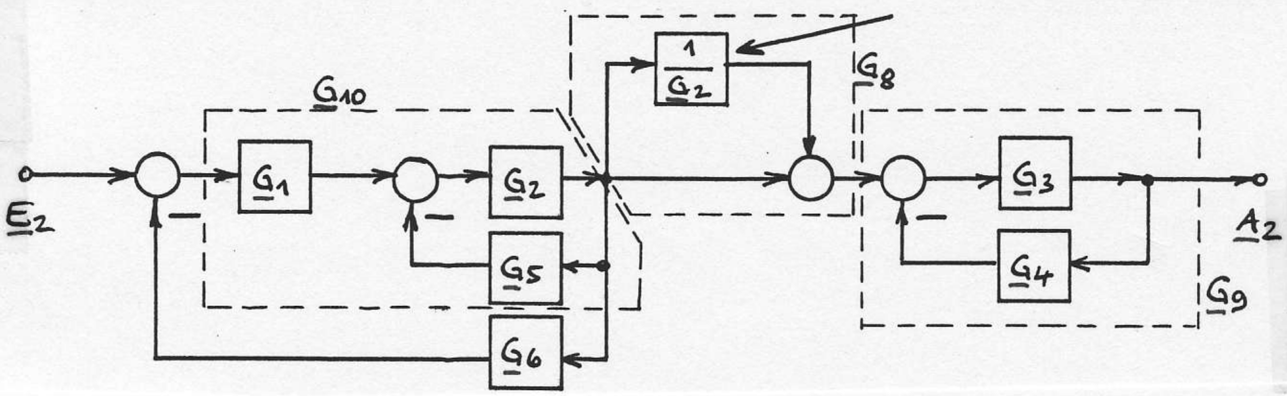
2.) Kreisschaltung von $\underline{G}_{123}$ mit der Einheitsrückführung (Abgriff vor $\underline{G}_4$) ergibt $\widetilde{G}_{123} = \frac{\underline{G}_{123}}{1+\underline{G}_{123}} = \frac{s^3+1}{s^3+s+1}$

3.) Kettenschaltung von $\widetilde{G}_{123}$ und $\underline{G}_4$ ergibt $\underline{G}_{1234} = \widetilde{G}_{123} \cdot \underline{G}_4 = \frac{s^3+1}{s(s^3+s+1)}$

4.) Kreisschaltung von $\underline{G}_{1234}$ mit Rückführung über $\underline{G}_5$ ergibt $\underline{G}_{ges\,1} = \frac{\underline{A}_1}{\underline{E}_1} = \frac{\underline{G}_{1234}}{1+\underline{G}_{1234}\cdot\underline{G}_5} = \frac{s^3+1}{2s^4+s^2+2s}$

Ü 15: $\underline{\mathbf{G}}_{\mathbf{ges\,2}} = \frac{\underline{\mathbf{A}}_2}{\underline{\mathbf{E}}_2}$ Schrittweise Zusammenfassung / Umformung

1.) Signalverzweigung vom Eingang zum Ausgang von $\underline{G}_2$ verlegen; zusätzlichen Block $\underline{G}_7 = \frac{1}{\underline{G}_2}$ einfügen.

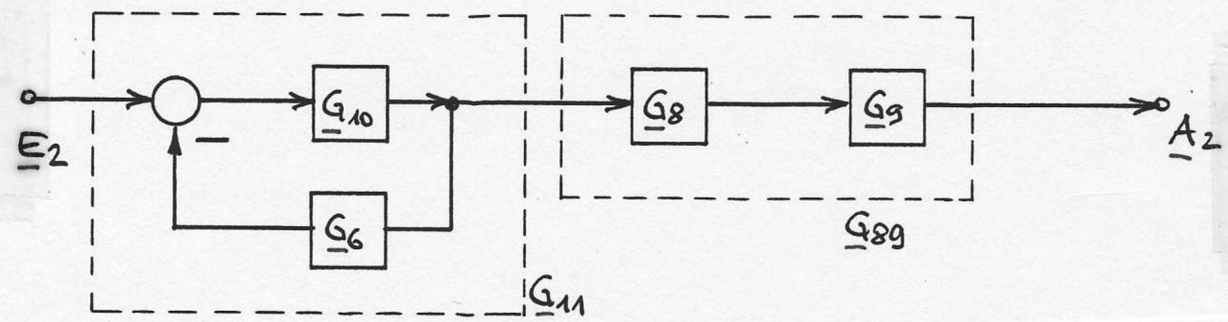


2.a) Parallelschaltung von $\underline{G}_7 = \frac{1}{\underline{G}_2}$ und dem Einheitspfad ergibt $\underline{G}_8 = \underline{G}_7 + 1 = \frac{1}{\underline{G}_2} + 1 = \frac{1+\underline{G}_2}{\underline{G}_2}$

2.b) Kreisschaltung von $\underline{G}_3$ und $\underline{G}_4$ ergibt $\underline{G}_9 = \frac{\underline{G}_3}{1+\underline{G}_3\underline{G}_4}$

2.c) Kettenschaltung von $\underline{G}_8$ und $\underline{G}_9$ ergibt $\underline{G}_{89} = \underline{G}_8 \cdot \underline{G}_9 = \frac{(1+\underline{G}_2)\underline{G}_3}{\underline{G}_2(1+\underline{G}_3\underline{G}_4)}$.

2.d) $\underline{G}_1$ in Kette mit der Kreisschaltung von $\underline{G}_2$ und $\underline{G}_5$ ergibt $\underline{G}_{10} = \underline{G}_1 \cdot \frac{\underline{G}_2}{1+\underline{G}_2\underline{G}_5} = \frac{\underline{G}_1\underline{G}_2}{1+\underline{G}_2\underline{G}_5}$



3.a) Kreisschaltung von $\underline{G}_{10}$ und $\underline{G}_6$ ergibt $\underline{G}_{11} = \frac{\underline{G}_{10}}{1+\underline{G}_{10}\underline{G}_6} = \frac{\underline{G}_1\underline{G}_2}{1+\underline{G}_2\underline{G}_5+\underline{G}_1\underline{G}_2\underline{G}_6}$

3.b) Kettenschaltung von $\underline{G}_{11}$ und $\underline{G}_{89}$ ergibt $\underline{G}_{ges\,2} = \underline{G}_{11}\underline{G}_{89} = \frac{\underline{G}_1\underline{G}_3(1+\underline{G}_2)}{(1+\underline{G}_2\underline{G}_5+\underline{G}_1\underline{G}_2\underline{G}_6)(1+\underline{G}_3\underline{G}_4)}$

Ü 16: $\underline{\mathbf{G}}_{\mathbf{ges\,1}} = \frac{\underline{\mathbf{A}}_1}{\underline{\mathbf{E}}_1}$

In der Anordnung gibt es 3 Vorwärtspfade $\underline{G}_{vor\,1} = b_2$; $\underline{G}_{vor\,2} = \frac{b_1}{s}$; $\underline{G}_{vor\,3} = \frac{b_0}{s^2}$

und 2 Rückkopplungskreise $\underline{G}_{kreis\,1} = -\frac{a_1}{s}$; $\underline{G}_{kreis\,2} = -\frac{a_0}{s^2}$.

Da sich alle Pfade und Kreise berühren, kann Gl. (3.2) auf Seite 48 zur Berechnung verwendet werden.

$$\underline{G}_{ges\,1} = \frac{\sum \underline{G}_{vor}}{1-\sum \underline{G}_{kreis}} = \frac{\underline{G}_{vor\,1} + \underline{G}_{vor\,2} + \underline{G}_{vor\,3}}{1 - \underline{G}_{kreis\,1} - \underline{G}_{kreis\,2}} = \frac{b_2 + \frac{b_1}{s} + \frac{b_0}{s^2}}{1 + \frac{a_1}{s} + \frac{a_0}{s^2}} = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{s^2 + a_1 s + a_0}$$

Ü 16: $\mathbf{\underline{G}_{ges\,2} = \frac{\underline{A}_2}{\underline{E}_2}}$ In der Anordnung gibt es nur einen Vorwärtspfad $\underline{G}_{vor\,1} = \underline{G}_1\underline{G}_4$

und drei Rückkopplungskreise $\underline{G}_{kreis\,1} = -\underline{G}_4\underline{G}_5\underline{G}_3$; $\underline{G}_{kreis\,2} = -\underline{G}_1\underline{G}_4\underline{G}_5\underline{G}_2$; $\underline{G}_{kreis\,3} = -\underline{G}_5\underline{G}_2\underline{G}_6$.

Da sich alle Rückkopplungskreise berühren, besteht D nach Gl. (3.2) auf Seite Nr. 46 nur aus dem Ausdruck

$$D = 1 - \sum \underline{G}_{kreis} = 1 + \underline{G}_3\underline{G}_4\underline{G}_5 + \underline{G}_1\underline{G}_2\underline{G}_4\underline{G}_5 + \underline{G}_2\underline{G}_5\underline{G}_6 \ .$$

Zwischen dem Vorwärtspfad $\underline{G}_{vor\,1}$ und dem Rückkopplungskreis $\underline{G}_{kreis\,3}$ besteht keine Verbindung, so dass man für D_1 den folgenden Ausdruck erhält $D_1 = 1 + \underline{G}_2\underline{G}_5\underline{G}_6$.

$$\underline{G}_{ges\,2} = \frac{\underline{G}_{vor\,1}D_1}{D} = \frac{\underline{G}_1\underline{G}_4(1+\underline{G}_2\underline{G}_5\underline{G}_6)}{1+\underline{G}_3\underline{G}_4\underline{G}_5+\underline{G}_1\underline{G}_2\underline{G}_4\underline{G}_5+\underline{G}_2\underline{G}_5\underline{G}_6} \ .$$

Ü 17: $\mathbf{\underline{G}_{ges\,1} = \frac{\underline{A}_1}{\underline{E}_1}}$

In dieser Anordnung gibt es drei Vorwärtspfade $\underline{G}_{vor\,1} = \frac{c_0}{s^2}$; $\underline{G}_{vor\,2} = \frac{c_1}{s}$; $\underline{G}_{vor\,3} = c_2$

und zwei Rückkopplungskreise $\underline{G}_{kreis\,1} = -\frac{b_1}{s}$; $\underline{G}_{kreis\,2} = -\frac{b_0}{s^2}$.

Da sich die Rückkopplungskreise berühren, besteht D nach Gl. (3.2) auf Seite Nr. 46 nur aus dem Ausdruck

$$D = 1 - \sum \underline{G}_{kreis} = 1 + \frac{b_1}{s} + \frac{b_0}{s^2} \ .$$

Der Vorwärtspfad $\underline{G}_{vor\,1}$ berührt sowohl $\underline{G}_{kreis\,1}$ als auch $\underline{G}_{kreis\,2}$. Deshalb gilt $D_1 = 1$.

Der Vorwärtspfad $\underline{G}_{vor\,2}$ berührt nur den Rückkopplungskreis $\underline{G}_{kreis\,2}$. Deshalb gilt $D_2 = 1 + \frac{b_1}{s}$.

Der Vorwärtspfad $\underline{G}_{vor\,3}$ berührt keinen der Rückkopplungskreise. Deshalb gilt $D_3 = 1 + \frac{b_1}{s} + \frac{b_0}{s^2}$.

$$\underline{G}_{ges\,1} = \frac{\underline{G}_{vor\,1}\cdot D_1 + \underline{G}_{vor\,2}\cdot D_2 + \underline{G}_{vor\,3}\cdot D_3}{D} = \frac{\frac{c_0}{s^2}\cdot 1 + \frac{c_1}{s}(1+\frac{b_1}{s}) + c_2(1+\frac{b_1}{s}+\frac{b_0}{s^2})}{1+\frac{b_1}{s}+\frac{b_0}{s^2}} = \frac{c_2s^2 + s(c_1+c_2b_1) + c0+c_1b_1+c_2b_0}{s^2+b_1s+b_0}$$

Ü 17: $\mathbf{\underline{G}_{ges\,2} = \frac{\underline{A}_2}{\underline{E}_2}}$ Bei dieser Lösung wird als Abkürzung z.B. $\underline{G}_1\underline{G}_2\underline{G}_3 = \underline{G}_{123}$ verwendet.

In dieser Anordnung gibt es nur einen Vorwärtspfad $\underline{G}_{vor\,1} = -\underline{G}_{12457}$ und vier Rückkopplungskreise

$\underline{G}_{kreis\,1} = -\underline{G}_{23}$; $\underline{G}_{kreis\,2} = +\underline{G}_{56}$; $\underline{G}_{kreis\,3} = -\underline{G}_{910}$; $\underline{G}_{kreis\,4} = +\underline{G}_{24578911}$.

Es lassen sich drei Kombinationen von je zwei Rückkopplungskreisen bilden, die sich nicht berühren:

$\underline{G}_{kreis\,1}, \underline{G}_{kreis\,2} : -\underline{G}_{2356}$; $\underline{G}_{kreis\,1}, \underline{G}_{kreis\,3} : +\underline{G}_{23910}$; $\underline{G}_{kreis\,2}, \underline{G}_{kreis\,3} : -\underline{G}_{56910}$

Es ist weiterhin eine Kombinationen von drei Rückkopplungskreisen möglich, die sich nicht berühren:

$\underline{G}_{kreis\,1}, \underline{G}_{kreis\,2}, \underline{G}_{kreis\,3} : +\underline{G}_{2356910}$

Die Größe D nach Gl. (3.1) auf Seite Nr. 46 besitzt deshalb hier den folgenden Aufbau

$$D = 1 - \sum \underline{G}_{kreis\,\mu} + \sum \underline{G}_{kreis\,\mu}\cdot \underline{G}_{kreis\,\nu} - \sum \underline{G}_{kreis\,\mu}\cdot \underline{G}_{kreis\,\nu}\cdot \underline{G}_{kreis\,\lambda} \ .$$

$\underline{G}_{vor\,1}$ berührt zwar $\underline{G}_{kreis\,1}$ und auch $\underline{G}_{kreis\,2}$ aber nicht $\underline{G}_{kreis\,3}$. Deshalb gilt $D_1 = 1 + \underline{G}_{910}$.

$$\underline{G}_{ges\,2} = \frac{\underline{G}_{vor\,1}\cdot D_1}{D} = \frac{-\underline{G}_{12457}[1+\underline{G}_{910}]}{1-[-\underline{G}_{23}+\underline{G}_{56}-\underline{G}_{910}+\underline{G}_{24578911}]+[-\underline{G}_{2356}+\underline{G}_{23910}-\underline{G}_{56910}]-[\underline{G}_{2356910}]}$$

$$\underline{G}_{ges\,2} = \frac{-\underline{G}_{12457}[1+\underline{G}_{910}]}{1+\underline{G}_{23}-\underline{G}_{56}+\underline{G}_{910}-\underline{G}_{24578911}-\underline{G}_{2356}+\underline{G}_{23910}-\underline{G}_{56910}-\underline{G}_{2356910}}$$

Ü 18: $\underline{G}(j\omega) = \frac{K_i}{j\omega(1+j\omega T_1)} = \frac{K_i}{-\omega^2T_1+j\omega} = \frac{K_i[-\omega^2T_1-j\omega]}{(\omega^2T_1)^2+\omega^2} = \frac{-K_i\omega^2T_1-jK_i\omega}{(\omega^2T_1)^2+\omega^2} = RE(j\omega) + j\,IM(j\omega)$

Für $j\omega \to 0$ erhält man aus dem Realteil die gesuchte Asymptote: $RE(j\omega)|_{\omega\to 0} = \frac{-K_i\omega^2T_1}{(\omega^2T_1)^2+\omega^2} = -K_iT_1$

Ü 19: Für $t \to \infty$ ist die e- Funktion abgeklungen und die Gleichung der Asymptote lautet $h(t)|_{t\to\infty} = K_i[t - T_1]$. Diese Funktion besitzt eine Nullstelle für $t = T_1$.

Ü 20: Die Lösung erfolgt mit der Tabelle auf der Seite 71 im Skriptum:

a.) Aus dem Endwert $h(\infty) = 2$ folgt $K_P = 2$. Der Dämpfungsgrad, der gerade zu einem Überschwingen von ü=1% führt, wird mit dem Wert $D_{opt} = 0.82609$ aus der dritte Spalte entnommen [Berechnung auch möglich mit $D = \frac{ln(1/ü)}{\sqrt{\pi^2 + [ln(1/ü)]^2}}$ [siehe Seite 60 des Skriptums (oben bei ESA)].
Die zugehörige, normierte Ausregelzeit hat den Wert $\omega_0 \cdot t_{aus\,\epsilon} = 4.19161$ [vierte Spalte].
Daraus folgt für die ungedämpfte Eigenfrequenz der Wert $\omega_0 = \frac{4.19161}{5\,msec} = 838,322\,\frac{1}{sec}$

b.) $\underline{G}_{ges} = \frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = G \cdot \frac{1}{1+sRC+s^2LC} = \frac{K_P}{1+s\cdot\frac{2D}{\omega_0}+s^2\cdot\frac{1}{\omega_0^2}}$. Vergleich: $G = K_P$; $RC = \frac{2D}{\omega_0}$; $LC = \frac{1}{\omega_0^2}$

$G = 2$; $C = \frac{2D}{\omega_0 R} = 1.9708\ \mu F$; $L = \frac{1}{\omega_0^2 C} = 721.20\ mH$

Ü 21: a.) b.) $\underline{G}_{ges} = \frac{\underline{A}}{\underline{E}} = \frac{K\underline{G}_1\underline{G}_2}{1+K\underline{G}_1\underline{G}_2} = \frac{K\underline{Z}_1\underline{Z}_2}{\underline{N}_1\underline{N}_2+K\underline{Z}_1\underline{Z}_2} = \frac{K}{(1+2s)(1+4s)+K} = \frac{K}{8s^2+6s+K+1} = \frac{\frac{K}{K+1}}{1+s\frac{6}{K+1}+s^2\frac{8}{K+1}}$

Mit K=1 erhält man $\underline{G}_{ges} = \frac{\underline{A}}{\underline{E}} = \frac{0.5}{1+3s+4s^2} = \frac{K_P}{1+s\cdot\frac{2D}{\omega_0}+s^2\cdot\frac{1}{\omega_0^2}}$ Typ: PT2c schwingungsfähig; siehe unten.

Der Koeffizientenvergleich beider Funktionen ergibt: $K_P = 0.5$; $\omega_0 = 0.5$; $D = 0.75$

c.) Der aperiodische Grenzfall entspricht einem Wert D=1. Durch einen erneuten Koeffizientenvergleich findet man die Gleichung zur Berechnung des erforderlichen Wertes von K:

$\frac{8}{K+1} = \frac{1}{\omega_0^2}$; $\omega_0 = \sqrt{\frac{K+1}{8}}$; $\frac{6}{K+1} = \frac{2D}{\omega_0} = \frac{2}{\omega_0} = 2\sqrt{\frac{8}{K+1}}$.

Durch Quadrieren des linken und des rechten Terms erhält man $\frac{36}{1+2K+K^2} = 4\frac{8}{K+1}$ und daraus die quadratische Gleichung für K: $K^2 + \frac{7}{8}K - \frac{1}{8} = 0$. Die positive Lösung lautet $K = \frac{1}{8}$.

$\underline{G}_{ges}(0) = \frac{K}{K+1} = \frac{1}{9}$; Nennerpolynom für $K = \frac{1}{8}$: $1 + \frac{48}{9}s + \frac{64}{9}s^2$ Doppelte Nullstelle bei s=-0.375.

Im Frequenzgang $\underline{G}_{ges}(j\omega)$ tritt deshalb eine (doppelte) Grenzfrequenz bei $\omega_g = 0.375$ auf.

Ü 22: a.) $\underline{G}_{ges}(s) = \frac{5}{0.11111\cdot(s^2-2\cdot[-1.5]\cdot s+[1.5]^2+[7.1937]^2)} = \frac{45}{s^2+3s+54} = \frac{\frac{5}{6}}{1+\frac{s}{18}+\frac{s^2}{54}}$; $\underline{G}_{PT2}(s) = \frac{K_P}{1+s\frac{2D}{\omega_0}+s^2\frac{1}{\omega_0^2}}$

$\underline{G}_{ges}(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)}$ aufgelöst nach G(s) ergibt: $G(s) = \frac{\underline{G}_{ges}(s)}{1-\underline{G}_{ges}(s)} = \frac{\frac{45}{s^2+3s+54}}{\frac{s^2+3s+54-45}{s^2+3s+54}} = \frac{45}{s^2+3s+9} = \frac{5}{1+\frac{s}{3}+\frac{s^2}{9}}$.

b.) Kennwerte zu den Funktionen:

Funktion	Pole $\alpha_\infty \pm\ j\ \beta_\infty$	Nullstellen	Q	$\underline{G}(\omega = 0)$	ω_0	D
$\underline{G}_{ges}$	-1.5 ±j 7.1937	doppelt bei ∞ (Gradunterschied)	45	5/6	$\sqrt{54}$	0.2041
$\underline{G}$	-1.5 ±j 2.5981	doppelt bei ∞ (Gradunterschied)	45	5	3	0.5000

c.) Vergleich der Einheits- Sprung- Antworten:

Funktion	$h(t \to \infty)$	$T_{ab} = -\frac{1}{\alpha_\infty}$	$\omega_d = \beta_\infty$	ü	$h_{max} = h(\infty) \cdot (1 + ü)$
$\underline{G}_{ges}$	5/6	2/3	7.1937	51.9 %	1.266
$\underline{G}$	5	2/3	2.5981	16.3 %	5.815

Ü 23: Da das Ausgangssignal erst ab t = 8 sec. (d.h. 3 sec. nach dem Anschalten des Sprunges am Eingang zur Zeit t = 5 sec.) ansteigt, enthält die Regelstrecke eine Totzeit von $T_{tot} = 3\ sec.$

Aus der Steigung von $x_a(t \to 0)$ ermittelt man als Schnittpunkt mit dem Endwert des Ausgangssignals $x_a = 15$ den Wert $t \approx 12\ sec.$

Daraus ergibt sich die Zeitkonstante für den exponentiellen Anstieg, der durch ein enthaltenes PT1- Verhalten entsteht, der Wert $T = (12 - 8)\ sec = 4\ sec.$

Der Proportinalbeiwert K_P wird aus dem Verhältnis $K_P = \frac{x_a(\infty)}{x_e} = \frac{15}{10} = 1.5$ berechnet.

Die gesuchte Übertragungs- Funktion der Regelstrecke lautet $\underline{G}_S(s) = \frac{K_P \cdot e^{-s\cdot T_{tot}}}{1+sT} = \frac{1.5 \cdot e^{-s\cdot 3\ sec}}{1+s\cdot 4\ sec}$.

Ü 24: a.) Aus dem S- förmigen Verlauf von $x_a(t)$ kann man nach den Seiten 78 und 113 eine Modell-Funktion ermitteln. Sie enthält eine Totzeit (T_u) und ein PT1- Glied (K_P, T_g). $\underline{G}_S(s) = e^{-sT_u} \cdot \frac{K_P}{1+sT_g}$.

Der Endwert des Ausgangssignals $x_a(t \to \infty)$ entspricht dem Produkt aus der Sprunghöhe am Eingang und dem gesuchten Wert K_P. Damit erhält man $K_P = \frac{5}{2.5} = 2$.

Die Tangente durch den Wendepunkt von $x_a(t)$ liefert auf der Zeitachse den Schnittpunkt $T_u = 5\ sec$, der den Wert der Ersatztotzeit (Verzugszeit) bestimmt. Der Schnittpunkt mit $x_a(t) = 5$ liefert $T_u + T_g = 15\ sec$. Damit ist auch die Ersatz- Zeitkonstante (Ausgleichszeit) $T_g = 10\ sec$ bestimmt.

Die Ersatz- Übertragungs- Funktion der Regelstrecke lautet somit $\underline{G}_S(s) = e^{-s \cdot 5\ sec} \cdot \frac{2}{1+s \cdot 10\ sec}$.

Die zugehörige Sprungantwort (Sprunghöhe 2.5) ist eine vom Wert 0 ansteigende e- Funktion (Zeitkonstante $T_g = 10\ sec$), die um $T_u = 5\ sec$ verzögert einsetzt und dem Endwert 5 zustrebt.

b.) Strecke mit Ausgleich, da <u>Sprungantwort gegen endlichen Endwert</u> geht (Strecke ohne I- Anteil)
und minimalphasig (= allpassfrei), da sonst die Sprungantwort zunächst nach unten verlaufen würde.
Strecke besitzt keine Totzeit, da $x_a(t)$ ab t=0 zu steigen beginnt
(Nicht zu verwechseln mit der Totzeit, die nur in der Ersatz- Funktion enthalten ist!).
Strecke nicht schwingungsfähig, da $x_a(t)$ monoton verläuft (Keine Schwingung im Verlauf zu erkennen).
Strecke ohne Allpass: siehe bei minimalphasig. Strecke enthält keinen I- Anteil: siehe bei Ausgleich.

Ü 25: a.) Der Typ ist IT2 (schwingungsfähig) mit Totzeit. $\underline{G}_S(s) = \frac{K_i \cdot e^{-sT_{tot}}}{s(1+s\frac{2D}{\omega_0}+s^2\frac{1}{\omega_0^2})}$

Gegenüber dem Bild auf Seite 78 weicht die gegebene Zeitfunktion g(t) nur um eine Verschiebung um $T_{tot} = 1.5\ sec$ ab. Da die EIA vorliegt, enthält die Übertragungs-Funktion $\underline{G}_S(s)$ einen einfachen I- Anteil [$\int EIA(t)\ dt = ESA(t)$].

Das Maximum des Verlaufs $g_{max} = 4.117 = g_\infty \cdot (1+ü) = 3 \cdot (1+ü)$
tritt auf bei $t_{max} + T_{tot} = 2.6\ sec$. Daraus folgt $t_{max} = 1.1\ sec$.

Aus $ü = \frac{4.117-3}{3} = 37.2\%$ berechnet man den Dämpfungsgrad $D = \frac{\ln(1/ü)}{\sqrt{\pi^2+[\ln(1/ü)]^2}} = 0.3$.
Aus $t_{max} = 1.1$ folgt die ungedämpfte Eigenfrequenz $\omega_0 = \frac{\pi}{t_{max}\sqrt{1-D^2}} = 3$.
Der Endwert $g(\infty)$ bestimmt den Wert von $K_i = 3\ \frac{1}{sec}$. $\underline{G}_S(s) = \frac{3\ \frac{1}{sec} \cdot e^{-s \cdot 1.5\ sec}}{s(1+s \cdot 0.2\ sec+s^2 \cdot 0.1111\ sec^2)}$

b.) Strecke ohne Ausgleich, da <u>Impulsantwort gegen endlichen Endwert</u> geht (Strecke mit I- Anteil)
und minimalphasig (= allpassfrei), da sonst die Sprungantwort zunächst nach unten verlaufen würde.
Strecke besitzt eine Totzeit von $T_{tot} = 1.5\ sec$, da $x_a(t)$ erst danach zu steigen beginnt.
Strecke schwingungsfähig, da im Verlauf von $x_a(t)$ eine Schwingung zu erkennen ist.
Strecke ohne Allpass: siehe bei minimalphasig. Strecke enthält einen I- Anteil: siehe bei Ausgleich.

Ü 26: a.) Der Typ ist IT1. Die Lösung erfolgt nach der Seite 63. $\underline{G}_S(s) = \frac{K_i}{s(1+sT_1)}$
Die Tangente an $x_a(t)$ bei $t = 12\ sec$ schneidet die Zeitachse bei $T_1 = 4\ sec$.

Die Konstante von $\underline{G}_S(s)$ berechnet man unter Beachtung der Eingangs- Sprunghöhe $x_e = 2$ aus der Steigung der Tangente. $\frac{\Delta x_a}{\Delta t} = x_e \cdot K_i = \frac{32-0}{(12-4)\ sec} = 4 \cdot \frac{1}{sec} = 2 \cdot K_i \quad \to \quad K_i = 2\ \frac{1}{sec}$.

b.) $\underline{X}_a(s) = \underline{X}_e(s) \cdot \underline{G}_S(s) = \frac{2}{s} \cdot \frac{2\frac{1}{sec}}{s(1+s \cdot 4\ sec)} = \frac{4\frac{1}{sec}}{s^2(1+s \cdot 4\ sec)}$
Nach Seite 27 Nr.16 folgt daraus: $x_a(t) = 4\frac{1}{sec} \cdot (t - 4\ sec \cdot [1 - e^{-t/4\ sec}])$

c.) Strecke ohne Ausgleich, da <u>Sprungantwort gegen Unendlich</u> geht (Strecke mit I- Anteil)
und minimalphasig (= allpassfrei), da sonst die Sprungantwort zunächst nach unten verlaufen würde.
Strecke besitzt keine Totzeit, da $x_a(t)$ ab $t = 0$ zu steigen beginnt.
Strecke nicht schwingungsfähig, da im Verlauf von $x_a(t)$ keine Schwingung zu erkennen ist.
Strecke ohne Allpass: siehe bei minimalphasig. Strecke enthält einen I- Anteil: siehe bei Ausgleich.

Ü 27: a.) $e(t) = 2\,V \Leftrightarrow \underline{E}(s) = \frac{2\,V}{s}$; $a(t) = 5\,V + \frac{3\,V}{15\,sec}\cdot t \Leftrightarrow \underline{A}(s) = \frac{5\,V}{s} + \frac{0.2\,V\,sec^{-1}}{s^2}$; $\underline{G}(s) = \frac{\underline{A}(s)}{\underline{E}(s)}$
$\underline{G}(s) = 2.5 + \frac{0.1\,sec^{-1}}{s} = K_p + \frac{K_i}{s} = K_p\,\frac{1+sT_n}{sT_n}$; $K_p = 2.5$; $K_i = 0.1\,sec^{-1}$; $T_n = \frac{K_p}{K_i} = 25\,sec$: Typ: PI a

b.) $e(t) = \frac{0.5\,V}{sec}\cdot t \Leftrightarrow \underline{E}(s) = \frac{0.5\,V\,sec^{-1}}{s^2}$; $a(t) = 3\,V + \frac{1\,V}{0.5\,sec}\cdot t \Leftrightarrow \underline{A}(s) = \frac{3\,V}{s} + \frac{2\,V\,sec^{-1}}{s^2}$; $\underline{G}(s) = \frac{\underline{A}(s)}{\underline{E}(s)}$
$\underline{G}(s) = 6\,sec\cdot s + 4 = K_p + s\cdot K_d = K_p\cdot(1+sT_v)$; $K_p = 4$; $K_d = 6\,sec$; $T_v = \frac{K_d}{K_p} = 1.5\,sec$: Typ: PD

c.) $e(t) = 1\,V$; $a(t) = 1.93\,V + (4.28 - 1.93)V \cdot e^{-t/0.05\,sec}$
$\underline{E}(s) = \frac{1\,V}{s}$; $\underline{A}(s) = \frac{1.93\,V}{s} + \frac{2.35\,V}{s+20\,sec^{-1}}$; $\underline{G}(s) = \frac{\underline{A}(s)}{\underline{E}(s)} = 1.93 + \frac{2.35\cdot s}{s+20\,sec^{-1}} = 1.93 \cdot \frac{1+s\cdot 0.111\,sec}{1+s\cdot 0.05\,sec}$
$\underline{G}(s) = K_p \cdot \frac{1+s\cdot T_v}{1+s\cdot T_1}$; $K_p = 1.93$; $T_v = 111\,msec$; $T_1 = 50\,msec$: Typ: PDT1 a

Ü 28: a.) Ansatz: PT2- Funktion $\underline{G}_S(s) = \frac{K_P}{1+s\frac{2D}{\omega_0}+s^2\frac{1}{\omega_0^2}}$ Für technische Frequenzen erhält man daraus
$\underline{G}_S(j\omega) = \frac{K_P}{1-(\frac{\omega}{\omega_0})^2 + j\,2D\cdot\frac{\omega}{\omega_0}}$; $|\underline{G}_S(j\omega)| = \frac{K_P}{\sqrt{[1-(\frac{\omega}{\omega_0})^2]^2 + [2D\cdot\frac{\omega}{\omega_0}]^2}}$; $\varphi(j\omega) = \varphi_Z - \varphi_N = 0 - \arctan\frac{2D\omega/\omega_0}{1-(\omega/\omega_0)^2}$
Aus $|\underline{G}_S(0)|$ wird $K_P = 10^{12.041\,dB/20\,dB} = 4$ berechnet.
Die Phasenverschiebung von -90° wird bei $\omega = \omega_0 = 11$ erreicht, da der Nenner im arctan zu Null wird.
Aus $|\underline{G}_S(j\omega = \omega_0)| = \frac{K_P}{2D} = 10^{16.478\,dB/20\,dB} = 6.6667$ berechnet man nun $D = \frac{K_P}{2\cdot 6.6667} = 0.3$.
Die gesuchte Übertragungs- Funktion der Strecke lautet $\underline{G}_S(s) = \frac{4}{1+0.05455\cdot s+0.008264\cdot s^2}$.

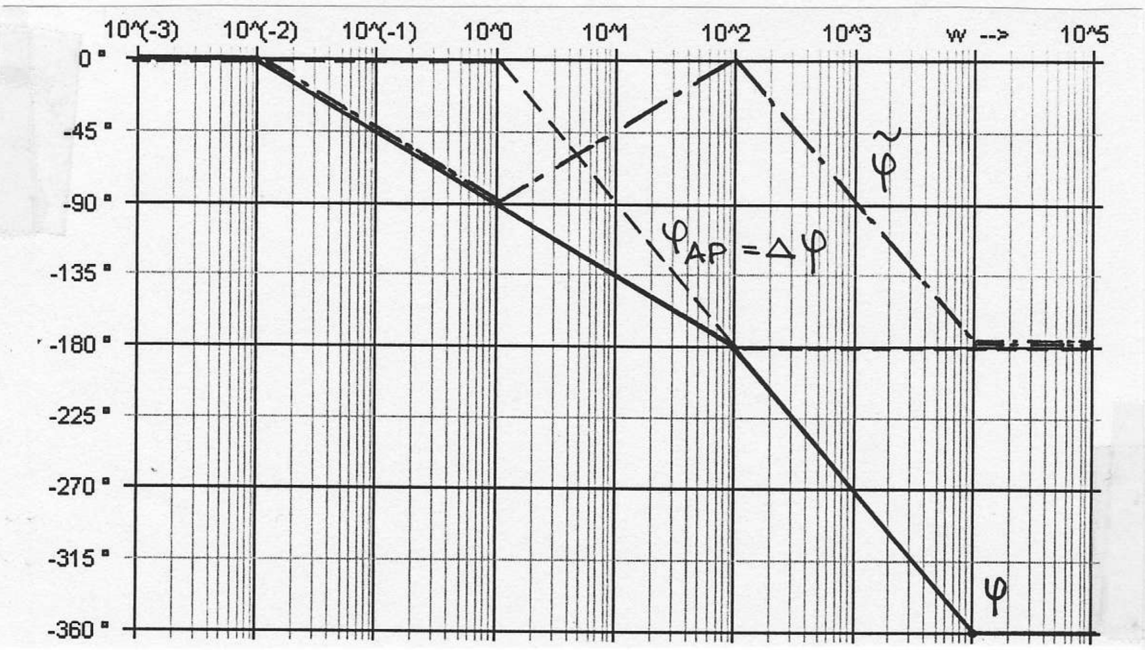
b.) Die Regelstrecke ist schwingungsfähig, da 1.) der Dämpfungsgrad im Bereich $0 < D < 1$ liegt
2.) im Betrags- Frequenzgang eine Überhöhung ($|G(\omega = 11)| = 6.6667 > |G(\omega = 0)| = 4$) gegenüber der Verstärkung bei tiefen Frequenzen auftritt.

c.) $\ddot{u} = e^{\frac{-\pi D}{\sqrt{1-D^2}}} = 37.2\,\%$; $h(\infty) = K_P = 4$; $h_{max} = h(\infty)\cdot(1+\ddot{u}) = 5.489$; $t_{max} = \frac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-D^2}} = 0.3$

Ü 29: a.) Aus dem Betragsverlauf findet man $\underline{\widetilde{G}}_S(s) = \frac{100\cdot(1+s/10)}{(1+s/0.1)(1+s/1000)^2}$.

Der dazu gehörige Phasenwinkelverlauf ist strichpunktiert im Bild eingezeichnet. Die Differenz $\Delta\varphi = \varphi - \widetilde{\varphi}$ (gestrichelt) zwischen beiden Winkelverläufen entsteht durch eine Teilfunktion, die den Betrag nicht beeinflusst. Dies ist ein Allpass vom Grad n=1 mit einer Grenzfrequenz $\omega_g = 10$.

Die gesuchte Übertr.- Funktion lautet deshalb $\underline{G}_S(s) = \underline{\widetilde{G}}_S(s)\cdot \underline{G}_{AP1}(s) = \frac{100\cdot(1+s/10)}{(1+s/0.1)(1+s/1000)^2}\cdot\frac{1-s/10}{1+s/10}$.



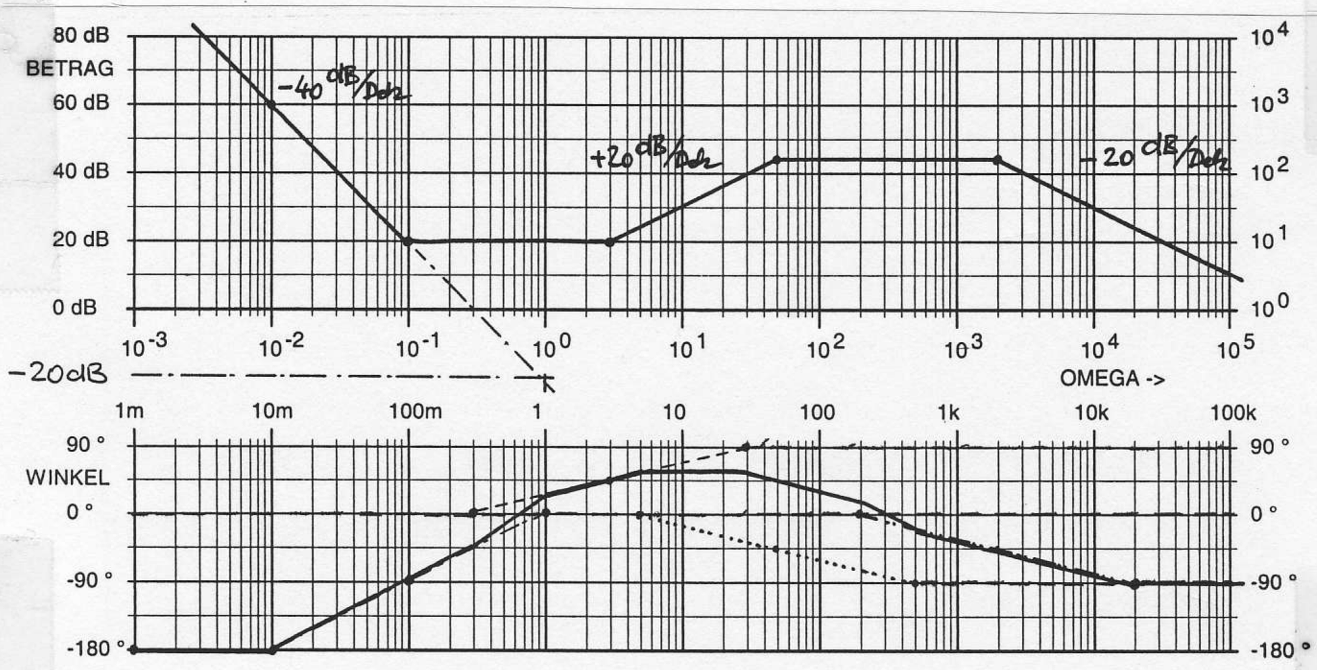
b.) Strecke mit Ausgleich, da kein I- Anteil (Pol(e) bei s=0) enthalten; Strecke nicht minimalphasig, da Allpass enthalten; Strecke ohne Totzeit, da $\varphi(\omega)$ bei hohen Frequenzen gegen einen endlichen Wert strebt; Strecke nicht schwingungsfähig, da in $\underline{G}_S(s)$ nur reelle Pole enthalten sind; Strecke mit Allpass [siehe $\Delta\varphi$ unter a.)]; Strecke ohne I- Anteil, da bei tiefen Frequenzen gilt 1.) $|\underline{G}_S| = konst.$ und 2.) $\varphi = 0$.

<u>**Ü 30:**</u> a.) $\underline{G}_S(s) = \dfrac{0.1(1+s/0.1)^2(1+s/3)}{s^2(1+s/50)(1+s/2000)}$

Doppelte Polstelle bei s=0, da der Betrag bei tiefen Frequenzen mit -40 dB/Dek. verläuft.
Doppelter Knick ↑ (-40 dB/Dek → 0 dB/Dek.) bei w=0.1 durch doppelte reelle NS bei s=-0.1.
Einfacher Knick ↑ (0 dB/Dek → +20 dB/Dek.) bei w=3 durch einfache reelle NS bei s=-3.
Einfacher Knick ↓ (+20 dB/Dek → 0 dB/Dek.) bei w=50 durch einfachen reellen Pol bei s=-50.
Einfacher Knick ↓ (0 dB/Dek → -20 dB/Dek.) bei w=2000 durch einfachen reellen Pol bei s=-2000.

Ermittlung der Konstante: Extrapolation des -40 dB/Dek.- Abfalls bis zu w=1 ergibt -20 dB: $K_i = 0.1$

b.)



c.) Strecke ohne Ausgleich, da doppelter I- Anteil (doppelter Pol im Ursprung) vorhanden.
Strecke nicht schwingungsfähig, da in $\underline{G}_S(s)$ nur Pole auf der reellen Achse vorhanden sind.
Strecke ohne Allpass, da die Regelstrecke minimalphasig ist.
Strecke mit (doppeltem) I- Anteil, da doppelter Pol im Ursprung vorhanden.

<u>**Ü 31:**</u> Bei einer Bewegung der Masse m nach rechts wirken folgende Kräfte nach links:

Aus der Summe aller Kräfte $\mathbf{F_M + F_D + F_F = 0}$

erhält man die DGL $\mathbf{m \cdot \ddot{x}_a + d(\dot{x}_a - \dot{x}_e) + c(x_a - x_e) = 0.}$

Elementare Umformung ergibt $\mathbf{m \cdot \ddot{x}_a + d \cdot \dot{x}_a + c \cdot x_a = d \cdot \dot{x}_e + c \cdot x_e}$

Im Bildbereich wird daraus $\mathbf{\underline{X}_a(s)[\, m \cdot s^2 + d \cdot s + c\,] = \underline{X}_e(s)[\, d \cdot s + c\,]}$

und die gesuchte Funktion lautet $\mathbf{\underline{G}_S(s) = \dfrac{\underline{X}_a(s)}{\underline{X}_e(s)} = \dfrac{d \cdot s + c}{m \cdot s^2 + d \cdot s + c}}$

<u>**Ü 32:**</u> a.) Bewegt man die Masse m nach links, wirken <u>am Dämpfer</u> zwei Kräfte: $\mathbf{F_D \longrightarrow\longleftarrow F_F}$

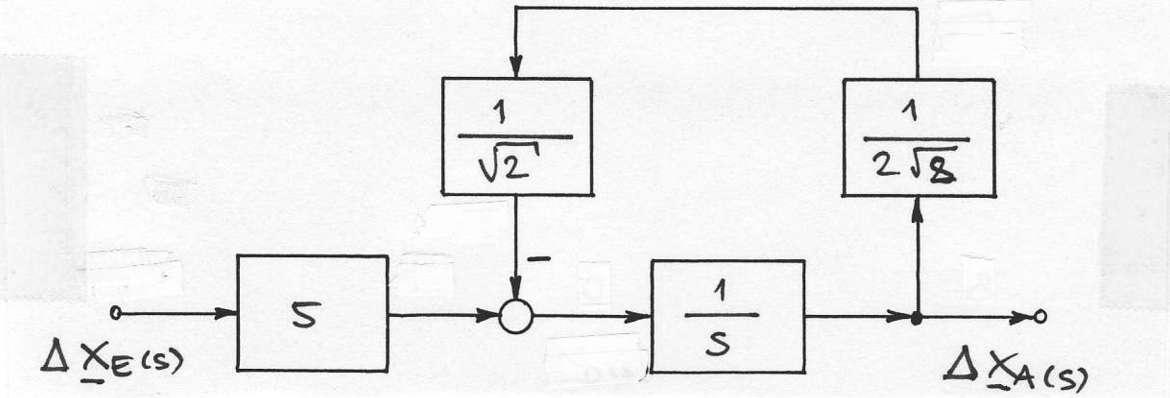
<u>nach rechts</u> die Kraft $\mathbf{F_D = \dot{x}_a \cdot d}$ und <u>nach links</u> die Kraft $\mathbf{F_F = \Delta x \cdot c = (x_e - x_a) \cdot c}$.

Wegen $\mathbf{\sum F = 0}$ sind beide Beträge gleich und man erhält die DGL $\mathbf{\dot{x}_a \cdot d + c \cdot (x_a - x_e) = 0.}$

Im Bildbereich wird daraus $\mathbf{\underline{X}_a(s)[d \cdot s + c] = \underline{X}_e(s) \cdot c}$ und $\mathbf{\underline{G}_S(s) = \dfrac{\underline{X}_a(s)}{\underline{X}_e(s)} = \dfrac{c}{d \cdot s + c}}$.

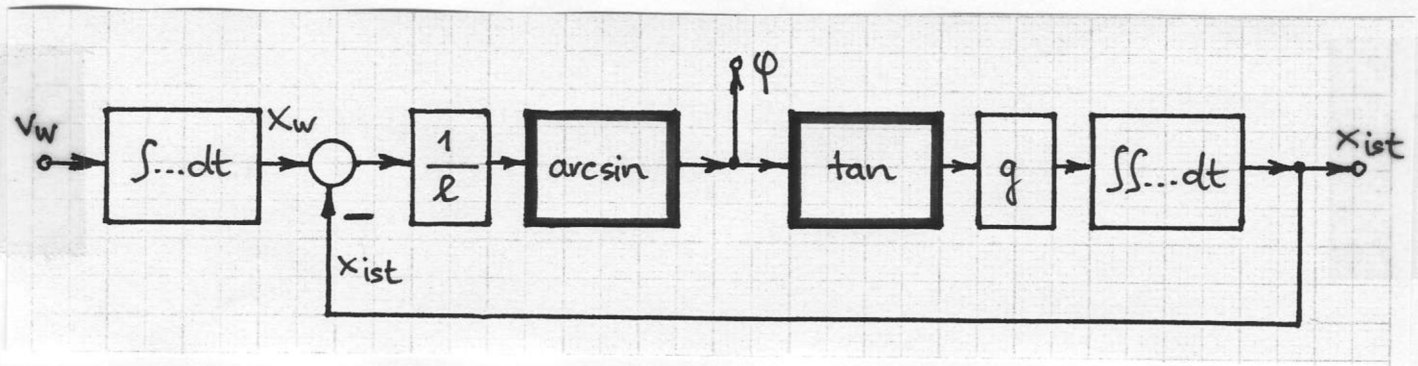
b.) $\mathbf{\underline{G}_S(s) = \dfrac{\underline{X}_a(s)}{\underline{X}_e(s)} = \dfrac{1}{1 + s \cdot d/c}}$ Für die mechanische Zeitkonstante gilt $\tau = \mathbf{d/c}$.

Ü 33: a.) Stationäre Signalwerte: 1. Keine Signaländerungen, deshalb Betrachtung bei $\omega \to 0$
2. Nur wenn am Eingang des Integrators der Wert 0 anliegt ist das Ausgangsignal konstant.
$\mathbf{x_3 = \sqrt{8}}$; $\mathbf{x_4 = 2}$; $\mathbf{x_2 = 0}$; $\mathbf{x_1 = 2}$; $\mathbf{x_E = 0.4}$

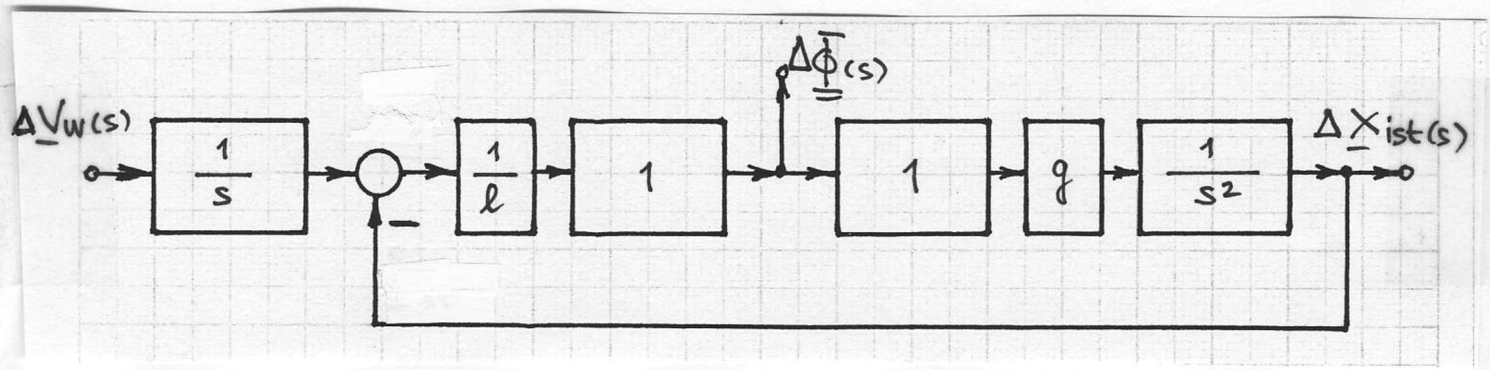


b.) Die Analyse mit Gl. (3.2) auf Seite 48 des Skriptums ergibt für das linearisierte Verhalten
$\underline{G}_{lin}(s) = \dfrac{\Delta \underline{X}_A(s)}{\Delta \underline{X}_E(s)} = \dfrac{5}{s + 0.125} = \dfrac{40}{1 + 8s}$ mit der normierten Zeitkonstante T = 8.

Ü 34: a.)



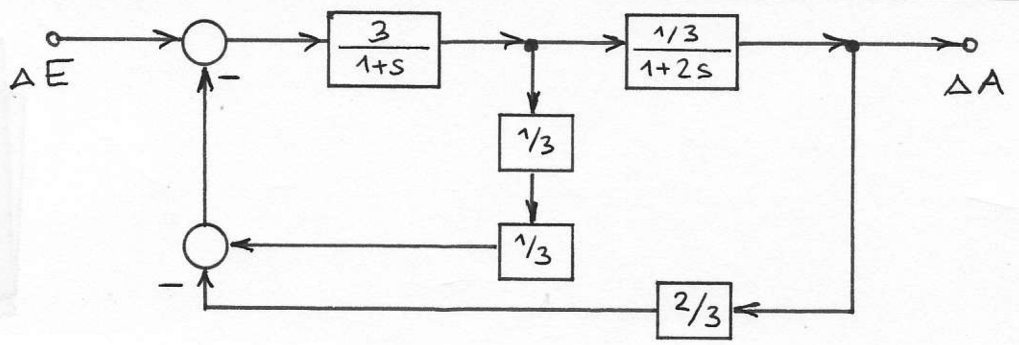
b.) Wegen $\frac{d \arcsin(x)}{dx} = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ und $\frac{d \tan(x)}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x}$ erhalten die beiden nichtlinearen Blöcke für $x \to 0$ jeweils eine Ersatzverstärkung ($\hat{=}$ Steigung im Betriebspunkt) mit dem Wert 1.



c.) Die Analyse mit Gl. (3.2) auf Seite 48 des Skriptums ergibt für das linearisierte Verhalten

$\mathbf{G_1(s)} = \dfrac{s/l}{s^2 + g/l}$; $\mathbf{G_2(s)} = \dfrac{g/l}{s(s^2 + g/l)}$.

Ü 35: a.) In dem gegebenen stationären Arbeitspunkt besitzen die Signale die folgenden Werte:
$x_{20} = x_{A0} \cdot 3 = 9$; $x_{10} = x_{20}/3 = 3$; $x_{30} = 2 \cdot \sqrt{x_{20}} = 6$; $x_{40} = x_{30}/x_{A0} = 2$; $x_{E0} = x_{10} + x_{40} = 5$
Als Ersatzverstärkung für den Block mit $2 \cdot \sqrt{x_2}$ wird nach Seite 5 die Ableitung im AP verwendet:
$\frac{d\,[\,2\cdot\sqrt{x_2}\,]}{dx}|_{x_2=x_{20}=9} = \frac{2}{2\sqrt{x_{20}}} = \frac{1}{3}$. Im AP liefert dieser Block am Ausgang den Wert $x_3 = 6$.
Der Dividierer wird nach Seite 6 linearisiert: Für den Zähler (x_3) wirkt die Ersatzverstärkung $\frac{1}{x_{A0}} = \frac{1}{3}$ und für den Nenner (x_A) die Ersatzverstärkung $\frac{x_{30}}{x_A^2} = \frac{6}{9}$. Damit erhält man den linearen Wirkungsplan, der nur bei kleinen Signaländerungen in der Umgebung des AP zutreffend ist.



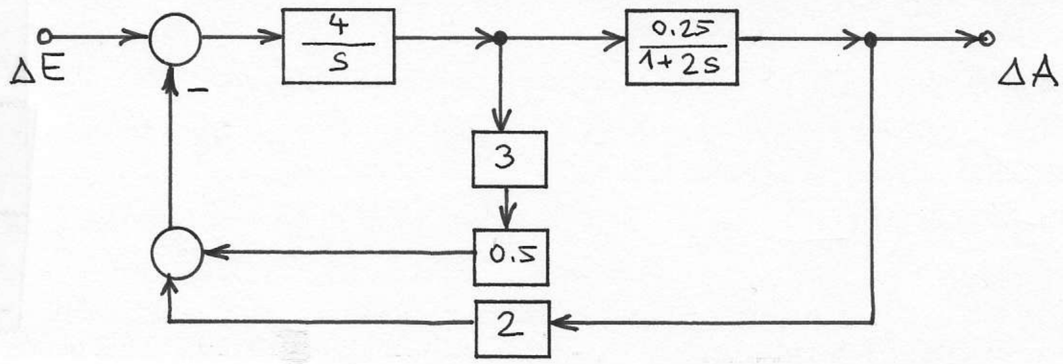
c.) Übertragungs-Funktion ohne Mason aufstellen, da der Vorwärtspfad beide Rückkopplungsschleifen berührt.

$$G_{lin}(s) = \frac{\Delta A}{\Delta E} = \frac{1}{2s^2+\frac{11}{3}s+\frac{2}{3}} = \frac{\frac{3}{2}}{1+\frac{11}{2}s+3s^2} = \frac{K_P}{1+s\frac{2D}{\omega_0}+s^2\frac{1}{\omega_0^2}}$$ d.) Nein, da PT2 c: $D = \frac{11}{4\cdot\sqrt{3}} > 1$.

Ü 36: a.) Als Ersatzverstärkung für die Potenzfunktion $\frac{x^3}{4}$ wird nach Seite 5 deren Ableitung im AP verwendet: $\frac{d\,x^3/4}{dx}|_{x=x_0=2} = \frac{3x_0^2}{4} = 3$.
Im AP liefert dieser Block als Ausgangssignal den Wert $y_0 = \frac{x_0^3}{4} = \frac{2^3}{4} = 2$.
Das Signal am zweiten Eingang des Multiplizierers (gleich dem Signal A) entsteht aus $x_0 = 2$ nach dem Durchlaufen des PT1- Gliedes ($K_P = 0.25$; $T = 2$) : $A_0 = x_0 \cdot K_P = 2 \cdot 0.25 = 0.5$.

Im Arbeitspunkt ist immer der eingeschwungene Zustand ohne Signaländerungen A_0 maßgeblich.

Damit kann der Multiplizierer nach Seite 6 ersetzt werden und man erhält den linearen Wirkungsplan, der nur bei kleinen Signaländerungen in der Umgebung des AP zutreffend ist.



b.) Übertragungs-Funktion ohne Mason aufstellen, da der Vorwärtspfad beide Rückkopplungsschleifen berührt.

$$G_{lin}(s) = \frac{\Delta A}{\Delta E} = \frac{\frac{4}{s}\cdot\frac{0.25}{1+2s}}{1+\frac{4}{s}\cdot 3\cdot 0.5+\frac{4}{s}\cdot\frac{0.25}{1+2s}\cdot 2} = \frac{1}{2s^2+13s+8} = \frac{0.125}{1+1.625s+0.25s^2} = \frac{K_P}{1+s\frac{2D}{\omega_0}+s^2\frac{1}{\omega_0^2}}$$

Sie besitzt aperiodisches PT2- Verhalten mit den Kennwerten $K_P = 0.125$; $\omega_0 = 2$; $D = 1.625$.

c.) Polstellen von $G_{lin}(s)$: $s^2 + \frac{13}{2}s + 4 = 0$; $s_{1,2} = -\frac{13}{4} \pm \sqrt{\frac{169-64}{16}} = -3.25 \pm 2.5617 = \alpha_{1,2}$
Zeitkonstanten: $T_1 = -\frac{1}{\alpha_1} = -\frac{1}{-5.812} = 0.1721 = T_{min}$; $T_2 = -\frac{1}{\alpha_2} = -\frac{1}{-0.6883} = 1.453 = T_{max}$

d.) Da die abklingenden Anteile in der ESA nur aus Exponentialfunktionen mit den unter c.) berechneten Zeitkonstanten bestehen, ist zu fordern $e^{-t_{1\%}/T_{max}} = 0.01$. Daraus folgt $t_{1\%} = \ln(100) \cdot T_{max} = 6.691$.

Ü 38: a.) $K_M = \frac{n_M}{u_M} = \frac{10^4}{12\,V\cdot 60\,sec} = 13.889\,\frac{1}{V\,sec}$; $K_G = \frac{n_G}{n_M} = \frac{1}{3600} = 2.7778\cdot 10^{-4}$

Aus $\varphi_G(t) = 2\pi\,rad\cdot\int_{t=0}^{t} n_G(t)\,dt$ wird im Bildbereich $\underline{\Phi}(s) = \frac{2\pi\,rad\cdot N_G(s)}{s}$; $G(s) = \frac{\underline{\Phi}(s)}{\underline{N}_G(s)} = \frac{2\pi\,rad}{s}$

b.) $\underline{G}_{ges}(s) = \frac{\underline{\Phi}_G(s)}{\underline{U}_M(s)} = K_M\cdot K_G\cdot \underline{G}(s) = \frac{13.889\cdot 2\pi}{3600\cdot s}\,\frac{rad}{V\,sec} = \frac{2.4241\cdot 10^{-2}}{s}\,\frac{rad}{V\,sec}$ Typ der Strecke: I- Glied

c.) Für die Motorspannung im Bildbereich findet man (Sprung bei t=0 !): $\underline{U}_M(s) = \frac{10\,V}{s}$
Getriebedrehwinkel im Bildbereich: $\underline{\Phi}_G(s) = \underline{U}_M(s)\cdot\underline{G}_{ges}(s) = \frac{0.24241}{s^2}\,\frac{rad}{sec}$
Die Rücktransformation (nach Seite 26 Nr. 3) liefert als Zeitfunktion $\varphi_G(t) = 0.24241\,\frac{rad}{sec}\cdot t$.
Zur Zeit $t = 20\,sec$ wird der Winkel $\varphi_G(t = 20\,sec) = 4.8482\,rad \,\hat{=}\, 277.78°$ erreicht.

d.) Die minimale Zeit wird bei maximal zulässiger Motorspannung ($u_M = 12\,V$) erreicht.
Die Minimalzeit kann aus dem Ergebnis von c.) berechnet werden: $t_{min} = \frac{360°}{277.78°}\cdot\frac{10\,V}{12\,V}\cdot 20\,sec = 21.6\,sec$

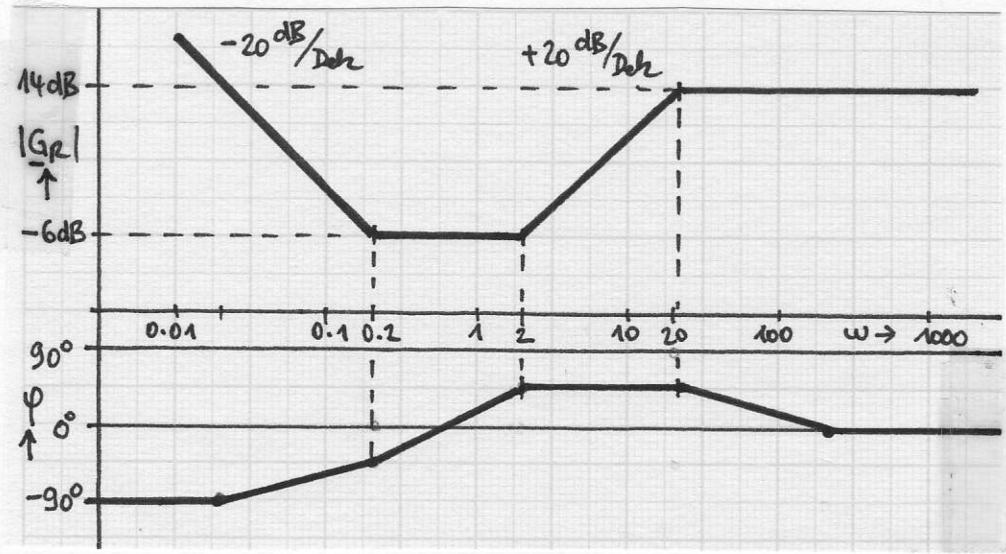
Ü 39: a.) Nach Seite 84/85: Invertierender PDT1 a - Regler mit $\underline{G}_R(s) = -K_P\cdot\frac{1+sT_v}{1+sT_1} = -4.7\cdot\frac{1+s1\,sec}{1+s1\,msec}$

b.) $\underline{U}_a(s) = \underline{U}_e(s)\cdot\underline{G}_R(s) = \frac{1\,V/sec}{s^2}\cdot -4.7\cdot\frac{1+s1\,sec}{1+s1\,msec} = \frac{-4.7\,V/sec}{s^2(1+s1\,msec)} + \frac{-4.7\,V/sec\cdot 1\,sec}{s(1+s1\,msec)}$
Die gliedweise Rücktransformation nach Seite 27 (Nr. 16 und Nr. 13) liefert als Zeitfunktion
$u_a(t) = -4.7\,\frac{V}{sec}\cdot(\,t - 1\,msec\cdot[\,1 - e^{-t/1\,msec}\,]\,) - 4.7\,V\cdot(\,1 - e^{-t/1\,msec}\,) = -4.7\,V(\frac{t}{sec} + 0.999[1 - e^{-t/1\,msec}])$

Ü 40: a.) $\underline{G}_R(s) = \frac{0.25s^2+0.55s+0.1}{0.05s^2+s} = \frac{0.25}{0.05}\cdot\frac{s^2+2.2s+0.4}{s(s+20)} = 5\cdot\frac{(s+0.2)(s+2)}{s(s+20)}$
Konstante und Singularitäten: Q=5; $s_{\infty 1} = 0$; $s_{\infty 2} = -20$; $s_{01} = -0.2$; $s_{02} = -2$

b.) Es handelt sich um einen PIDT1- Regler.
Im Frequenzgang treten mit steigender Frequenz die folgenden Eckfrequenzen auf:
Bei $\omega_{e1} = 0.2$ (Knick durch Nullstelle bei $s_{01} = -0.2$ von -20 dB/Dek auf 0 dB/Dek)
Bei $\omega_{e2} = 2$ (Knick durch Nullstelle bei $s_{02} = -2$ von 0 dB/Dek auf +20 dB/Dek)
Bei $\omega_{e3} = 20$ (Knick durch Polstelle bei $s_{\infty 2} = -20$ von +20 dB/Dek auf 0 dB/Dek)

c1.) Bei $\omega \to \infty$ beträgt die Verstärkung Q=5 ($\hat{=} 13.98\,dB$).
c2.) Bei $\omega \to 0$ wirkt der I- Anteil mit $K_I = 0.1$; $|\underline{G}(j\omega)|$ besitzt dort die Steigung -20 dB/Dek



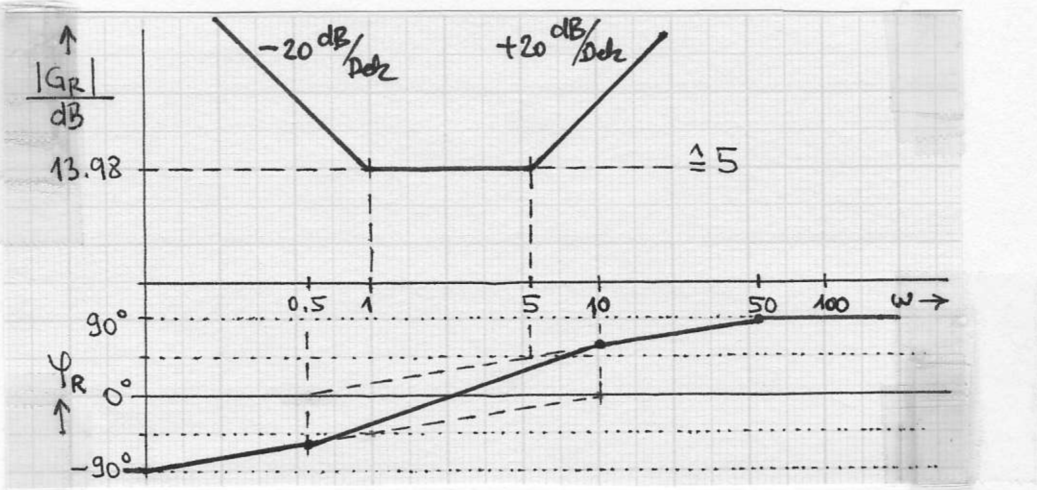
d.) Frequenzgang (s=jω): $\underline{G}(j\omega) = 5\cdot\frac{0.4+j2.2\omega-\omega^2}{j\omega(j\omega+20)} = 5\cdot\frac{0.4-\omega^2+j2.2\omega}{-\omega^2+j20\omega}$
$\underline{G}(j20) = 5\cdot\frac{0.4-400+j44}{-400+j400} = 5\cdot\frac{-399.6+j44}{400(-1+j)} = 2.773 + j2.223 = 3.553\cdot e^{j38.7°}$; $|\underline{G}(j20)| = 11.01\,dB$

e.) $\underline{G}_R(s) = \frac{0.25s^2+0.55s+0.1}{0.05s^2+s} = \frac{0.25s^2+0.55s+0.1}{s(1+0.05s)} = \frac{1}{1+0.05s}\cdot\frac{0.25s^2+0.55s+0.1}{s} = \frac{1}{1+0.05s}\cdot(0.25s + 0.55 + \frac{0.1}{s})$
Die Übertragungs- Funktion der gegebenen Anordnung lautet $\underline{G}_R(s) = \frac{\underline{A}(s)}{\underline{E}(s)} = \frac{1}{1+0.05s}\cdot(K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s)$.
Ein Koeffizientenvergleich liefert die gesuchten Kennwerte: $K_P = 0.55$; $K_I = 0.1$; $K_D = 0.25$

Ü 41: a.) $\underline{G}_R(s) = 5 \cdot (\,1.2 + \frac{1}{s} + 0.2s\,) = 5 \cdot \frac{1+1.2s+0.2s^2}{s} = 5 \cdot \frac{(1+s)(1+0.2s)}{s} = \frac{(s+1)(s+5)}{s}$

Die Funktion vom Grad n=2 besitzt zwei Nullstellen $s_{01} = -1\,;\; s_{02} = -5$
und zwei Polstellen $s_{\infty\,1} = 0\,;\; s_{\infty\,2} \to \infty$ (durch den Gradunterschied).

Bei der Eckfrequenz $\omega_{e1} = 1$ ändert sich die Steigung von -20 dB/Dek auf 0 dB/Dek;
bei der Eckfrequenz $\omega_{e2} = 5$ ändert sich die Steigung von 0 dB/Dek auf +20 dB/Dek.



b.) PID a- Regler mit den Kennwerten $K_P = 5\,;\; T_n = 1\,;\; T_v = 0.2$
Normierte Elementewerte: $r_0 = 1\,;\; r_1 = 1\,;\; r_2 = 5\,;\; c_1 = 0.2\,;\; c_2 = 0.2$

c.) $\underline{G}_R(j\,\sqrt{5}) = \frac{5+j\,6\sqrt{5}-5}{j\,\sqrt{5}} = \frac{j\,6\sqrt{5}}{j\,\sqrt{5}} = 6.0000 + j\,0 = 6 \cdot e^{-j\,0^\circ} \widehat{=} 15.56\;dB$

d.) Aus $\underline{Y}(s) = \underline{W}(s) \cdot \underline{G}_R(s) = \frac{1}{s^2} \cdot \frac{5+6s+s^2}{s} = \frac{5}{s^3} + \frac{6}{s^2} + \frac{1}{s}$ folgt $y(t) = 2.5t^2 + 6t + 1$

Ü 42: a.) $\underline{G}_S(s) = \frac{2 \cdot 0.4 \cdot 1.25}{(1+s)(1+2s)(1+5s)} = \frac{1}{1+8s+17s^2+10s^3} = \frac{\underline{Z}_S(s)}{\underline{N}_S(s)}$; $\underline{G}_R(s) = \frac{K_P}{1} = \frac{\underline{Z}_R(s)}{\underline{N}_R(s)}$

Charakteristische Gleichung : $\underline{C}(s) = \underline{N}_R(s) \cdot \underline{N}_S(s) + \underline{Z}_R(s) \cdot \underline{Z}_S(s) = 10s^3 + 17s^2 + 8s + 1 + K_P$
Die notwendige Bedingung ist erfüllt für $1 + K_P > 0$ oder $K_P > -1$.

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ 0 & 0 & a_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 1+K_P & 0 \\ 10 & 17 & 8 \\ 0 & 0 & 10 \end{vmatrix} \qquad \begin{array}{l} H_1 = 8 \\ H_2 = 8 \cdot 17 - 10(1+K_P) \quad \to \quad K_P < 12.6 \\ H_3 = 10 \cdot H_2 \quad \text{Ergebnis:} \quad \underline{\underline{-1 < K_P < 12.6}} \end{array}$$

b.) $K_P = \frac{-1+12.6}{2} = 5.8$; PI- Regler: $\underline{G}_R(s) = \frac{K_P(1+sT_n)}{sT_n} = \frac{5.8(1+sT_n)}{sT_n} = \frac{\underline{Z}_R(s)}{\underline{N}_R(s)}$

Charakteristische Gleichung : $\underline{C}(s) = \underline{N}_R\underline{N}_S + \underline{Z}_R\underline{Z}_S = sT_n(10s^3 + 17s^2 + 8s + 1) + 5.8(1 + sT_n) \cdot 1$
$\underline{C}(s) = 10T_ns^4 + 17T_ns^3 + 8T_ns^2 + 6.8T_ns + 5.8$ Die notwendige Bedingung ist erfüllt für $T_n > 0$.

Im Routh- Schema werden zum einfacheren Eintragen alle Koeffizienten durch T_n geteilt.

10		8		$\frac{5.8}{T_n}$	
	17		6.8		$R_4 = \frac{10}{17}$
		$8 - 6.8 \cdot \frac{10}{17}$		$\frac{5.8}{T_n}$	$R_3 = \frac{17}{4}$
			$6.8 - \frac{5.8}{T_n} \cdot \frac{17}{4}$		$R_2 = \frac{4}{6.8 - \frac{24.65}{T_n}}$ $\quad \to \quad T_n > 3.625$
				$\frac{5.8}{T_n}$	$R_1 = \frac{4}{R_2} \cdot \frac{T_n}{5.8}$ Ergebnis: $\underline{\underline{T_n > 3.625}}$

Ü 43: $\underline{C}(s) = a_3 \cdot s^3 + a_2 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_0 = K \cdot s^3 + (2-K) \cdot s^2 + (4+K) \cdot s + (1+K)$

Notwendige Bedingungen: $a_3 > 0 : K > 0\,;\; a_2 > 0 : K < 2\,;\; a_1 > 0 : K > -4\,;\; a_0 > 0 : K > -1$

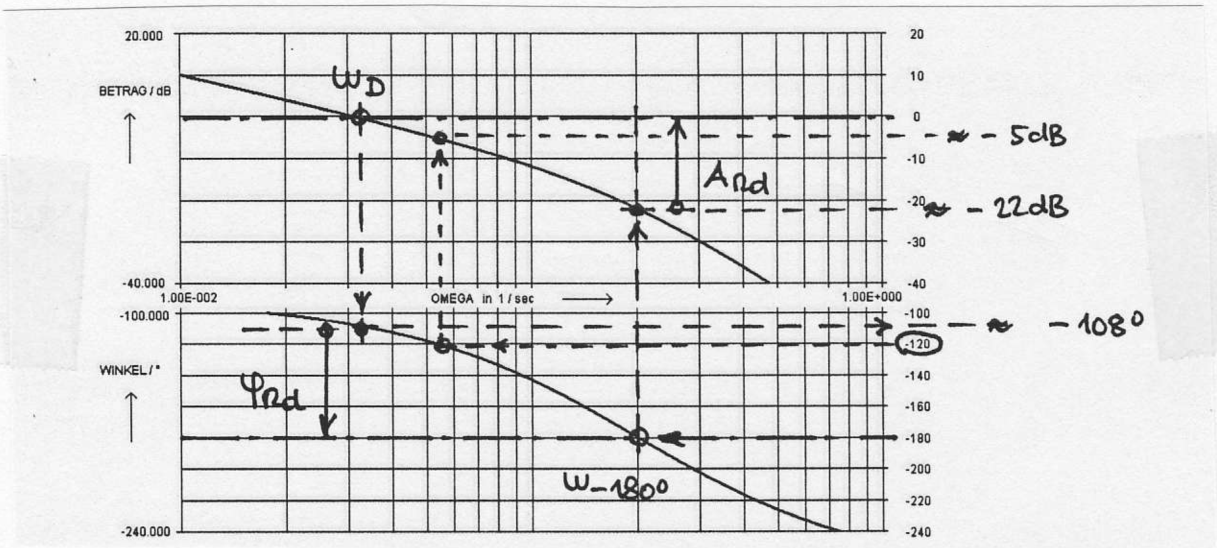
Dadurch wird der für K zulässige Wertebereich eingeschränkt: $0 < K < 2$.

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ 0 & 0 & a_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4+K & 1+K & 0 \\ K & 2-K & 4+K \\ 0 & 0 & K \end{vmatrix} \qquad \begin{array}{l} H_1 = 4 + K \\ H_2 = (4+K)(2-K) - K(1+K) \to 8 - 3K - 2K^2 > 0 \\ H_3 = K \cdot H_2 \quad \text{Ergebnis:} \quad \underline{\underline{0 < K < 1.386}} \end{array}$$

Das Polynom $P(K) = 8 - 3K - 2K^2$ das aus der Forderung $H_2 > 0$ folgt,
besitzt für K=0 den Wert 8; seine Nullstelle (mit einem positiven Wert für K) liegt bei $K_{max} = 1.386$.

Ü 44: a.) Bei $\varphi_o = -180^o$ liegt $|\underline{G}_o|$ um ≈22 dB <u>unter der 0 dB- Linie</u>: $A_{Rd} \approx 22\ dB \widehat{=} 12.59$

Bei $|\underline{G}_o| = 0\ dB$ liegt φ_o um $\approx 72^o$ <u>oberhalb der -180°- Linie</u>: $\varphi_{Rd} = 72^o$ (Siehe Diagramm)



b.) Bei $\varphi_o = -120^o$ liegt $|\underline{G}_o|$ um $\Delta K_{R1} \approx 5\ dB$ <u>unter</u> der 0 dB-Linie: $K_{R1} = K_R \cdot 1.778 = 17.78$

Bei $\varphi_o = -180^o$ liegt $|\underline{G}_o|$ um $\Delta K_{R2} = 22\ dB$ <u>unter</u> der 0 dB-Linie: $K_{R2} = K_R \cdot 12.58 = 125.8$

Ü 45: $\underline{C}(s) = \underline{N}_o(s) + \underline{Z}_o(s) = s^3 + 5s^2 + 8s + 5 + K$

Die notwendige Bedingung (alle Koeffizienten positiv) ist erfüllt für K>-5.

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 \\ 0 & 0 & a_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 5+K & 0 \\ 1 & 5 & 8 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \qquad \begin{array}{l} H_1 = 8 \\ H_2 = 8 \cdot 5 - 1(5+K) \quad \rightarrow \quad K < 35 \\ H_3 = 1 \cdot H_2 \quad \text{Ergebnis:} \quad \underline{\underline{-5 < K < 35}} \end{array}$$

In der Praxis nur nutzbar: $0 < K < 35$ (Sonst tritt bei der Regelgröße ein Vorzeichenwechsel auf !)

Ü 46: Aus $\underline{G}_o(s) = \frac{0.1}{s^3+2.5s^2+s}$ kann der I- Anteil abgespalten werden: $\underline{G}_o(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{0.1}{s^2+2.5s+1}$

$\underline{G}_o(j\omega) = \frac{1}{j\omega} \cdot \frac{0.1}{1-\omega^2+j2.5\omega}$; $|\underline{G}_o(j\omega)| = |\underline{G}_1(j\omega)| \cdot |\underline{G}_2(j\omega)| = \frac{|\underline{Z}_1(j\omega)| \cdot |\underline{Z}_2(j\omega)|}{|\underline{N}_1(j\omega)| \cdot |\underline{N}_2(j\omega)|} = \frac{1}{\omega} \cdot \frac{0.1}{\sqrt{(1-\omega^2)^2+(2.5\omega)^2}}$

$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = \varphi_{Z1} - \varphi_{N1} + \varphi_{Z2} - \varphi_{N2} = 0^o - 90^o + 0^o - \arctan\frac{2.5\omega}{1-\omega^2} = -90^o - \arctan\frac{2.5\omega}{1-\omega^2}$

In der arctan-Funktion wird das Verhältnis $\frac{Im\{\underline{N}_2(j\omega)\}}{Re\{\underline{N}_2(j\omega)\}}$ ausgewertet.

Bei ω_{-180^o} muss gelten $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = -90^o + \varphi_2 = -180^o$ und man erhält $\omega_{-180^o} = 1$.

Als Betrag der Verstärkung des offenen Regelkreises bei dieser Frequenz berechnet man

$$|\underline{G}_o(j\omega_{-180^o})| = \frac{1}{1} \cdot \frac{0.1}{\sqrt{(1-1^2)^2+(2.5 \cdot 1)^2}} = \frac{1}{25}.$$

Da die Verstärkung um einen Faktor 25 vergrößert werden kann, bis (neben der Phasenbedingung auch) die Betragsbedingung erfüllt ist, beträgt der Amplitudenrand $A_{Rd} = 25 \widehat{=} 27.96\ dB$

Ü 47: Die Kennwerte für die Regler- Dimensionierung nach Ziegler und Nichols ermittelt man mit einem P- Regler, der die Regelstrecke an die Stabilitätsgrenze bringt.

Dies wird erreicht, wenn das konjugiert komplexe Polpaar (mit dem Wert $K_{P\ krit} = 3$ des P- Reglers) auf die imaginäre Achse geschoben wird.

Die dann auftretende Dauerschwingung verläuft mit der Kreisfrequenz $\omega_{krit} = 10\ \frac{1}{sec}$, deren Wert am Schnittpunkt der WOK mit der imaginären Achse abzulesen ist.

Mit $T_{krit} = \frac{2\pi}{\omega_{krit}} = 0.628\ sec$ berechnet man dann die Kennwerte des PID a- Reglers nach Seite 110:

$$K_P = 0.30 \cdot K_{P\ krit} = 0.30 \cdot 3 = 0.90$$

$$T_n = 0.25 \cdot T_{krit} = 0.25 \cdot 0.628\ sec = 0.157\ sec$$

$$T_v = 0.25 \cdot T_{krit} = 0.25 \cdot 0.628\ sec = 0.157\ sec$$

Ü 48: $\underline{G}_o(s) = \underline{G}_R(s) \cdot \underline{G}_S(s) = \frac{K_P(1+sT_n)(1+sT_v)}{sT_n} \cdot \frac{0.25}{(1+4s)(1+3s)(1+2s)(1+s)}$ Mit $T_n = 4$; $T_v = 3$

werden die beiden größten Zeitkonstanten durch Nullstellen des Reglers kompensiert und man erhält

$\underline{G}_o(s) = \underline{G}_R(s) \cdot \underline{G}_S(s) = \frac{0.25 \cdot K_P}{4s(1+2s)(1+s)} = \frac{K_P}{16s(1+3s+2s^2)}$; $\underline{G}_o(s = j\omega) = \frac{K_P}{j16\omega} \cdot \frac{1}{1+j3\omega-2\omega^2}$

$|\underline{G}_o(s = j\omega)| = \frac{K_P}{16\omega} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-2\omega^2)^2+(3\omega)^2}}$; $\varphi_o = -90° - \arctan \frac{3\omega}{1-2\omega^2}$ (2. Summand: $\arctan \frac{Im}{Re}$)

Ein Phasenrand $\varphi_{Rd} = 60°$ erfordert $\varphi_o = -180° + \varphi_{Rd} = -120°$ und damit ist die Durchtrittsfrequenz ω_D aus der Gleichung $-30° = -\arctan \frac{3\omega_D}{1-2\omega_D^2}$ zu berechnen.

$\tan(30°) = 0.5774 = \frac{3\omega_D}{1-2\omega_D^2} \quad \rightarrow \quad 1.1547\omega_D^2 + 3\omega_D - 0.5774 = 0 \quad \rightarrow \quad \omega_D = 0.1800$

Der Betrag der Verstärkung $|\underline{G}_o(j\omega_D)|$ wird mit K_P auf den Wert eins eingestellt: $\underline{K_P = 3.110}$

$|\underline{G}_o(s = j\omega_D)| = \frac{K_P}{16\omega_D} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-2\omega_D^2)^2+(3\omega_D)^2}} = \frac{K_P}{16 \cdot 0.1800} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-2 \cdot 0.1800^2)^2+(3 \cdot 0.1800)^2}} = 1 = 0.3215 \cdot K_P$

Ü 49: a.) Nein, da für $K_R > 0$ alle Äste der WOK in der linken s- Halbebene verlaufen (d.h. alle Pole besitzen negative Realteile).

b.) $\underline{G}_o(s) = \frac{0.3 \cdot K_R \cdot (s+0.4)(s+1)}{s(s+0.2)(s+0.6)}$; c.) P ; PD ; PDT1 ; I ; PIa ; PIDa ; PIDT1a

d.) WOK tangiert die Linie für $D = 0.6$: $D_{min} = 0.6$

e.) $ESA = h(t) = C_0 + C_1 \cdot e^{-0.42 \cdot t} + C_2 \cdot e^{-1.00 \cdot t} \cdot \sin(0.74 \cdot t + \varphi)$

$\Downarrow$	$\Downarrow$	$\Downarrow$
Folge des Sprungs	Reeller Pol	Konj. kompl. Polpaar
$(s_{\infty 0} = 0)$	$s_{\infty 1} \approx -0.417\,565$	$s_{\infty 2,3} \approx -1.001\,217 \pm j0.741\,226$

f.) Bei $\mathbf{K_R = K1}$ fallen die (dominanten) Pole nahe der imaginären Achse ($\sigma \approx -0.113$, große Zeitkonstante $\tau \approx 8.85$, langsames Einschwingen) zusammen.

Bei $\mathbf{K_R = K2}$ dagegen liegt die doppelte Polstelle bei $\sigma \approx -1.73$; die Polstelle bei $\sigma \approx -0.409$ wird durch die Nullstelle bei $\sigma = -0.400$ fast vollständig kompensiert. Das Einschwingen verläuft hier etwa mit einer Zeitkonstante $\tau \approx 0.58$ und damit wesentlich schneller.

Ü 50: a.) $\underline{G}_o(s) = \frac{0.1178 \cdot K_R \cdot (s+5)(s+7)}{s(s+3)(s+9)(s+11)}$

b.) P ; PD ; PDT1a ; I ; PIa ; PIDa ; PIDT1a

c.) $ESA = h(t) = C_0 + C_1 \cdot e^{-4.3 \cdot t} \cdot \sin(4.0 \cdot t + \varphi_1) + C_2 \cdot e^{-7.3 \cdot t} \cdot \sin(3.0 \cdot t + \varphi_2)$

	$\Downarrow$	$\Downarrow$	$\Downarrow$
	Folge des Sprungs	Konj. kompl. Polpaar	Konj. kompl. Polpaar
	$(s_{\infty 0} = 0)$	$s_{\infty 1,2} \approx -4.3 \pm j4.0$	$s_{\infty 3,4} \approx -7.3 \pm j3.0$
Abklingzeitkonstanten:		$T_{ab\,1,2} = -\frac{1}{-4.3} \approx 0.23$	$T_{ab\,3,4} = -\frac{1}{-7.3} \approx 0.14$

d.) Nein, da sich die Realteile beider Polpaare nicht stark voneinander unterscheiden.

e.) Zu D $\approx$ 0.7 gehört ein ü $\approx$ 4.5%, das durch die Nullstellen tendenziell vergrößert wird.

Ü 51: a.) $\underline{G}_o(s) = \frac{0.4096 \cdot K_R}{(s+0.8)^4}$

b.) Nur P- Regler möglich, da keine Nullstelle vorhanden und auch kein Pol bei s=0 vorliegt.

c.) $ESA = h(t) = C_0 + C_1 \cdot e^{-0.2 \cdot t} \cdot \sin(0.6 \cdot t + \varphi_1) + C_2 \cdot e^{-1.4 \cdot t} \cdot \sin(0.6 \cdot t + \varphi_2)$

	$\Downarrow$	$\Downarrow$	$\Downarrow$
	Folge des Sprungs	Konj. kompl. Polpaar	Konj. kompl. Polpaar
	$(s_{\infty 0} = 0)$	$s_{\infty 1,2} \approx -0.2 \pm j0.6$	$s_{\infty 3,4} \approx -1.4 \pm j0.6$
Abklingzeitkonstanten:		$T_{ab\,1,2} = -\frac{1}{-0.2} \approx 5.0$	$T_{ab\,3,4} = -\frac{1}{-1.4} \approx 0.71$

d.) Ja, Term Nr. 1 mit dem kleinen Realteil (Realteile unterscheiden sich um einen Faktor 7).

e.) Zu D $\approx$ 0.3 (rechtes Polpaar) gehört ein ü $\approx$ 35%, das durch die beiden (weiter links liegenden) Polstellen (geringfügig) verkleinert wird.