1. Aufgabe: a.) $\underline{G}_o(s) = \dfrac{4}{s(1+0.5s)(1+0.025s)} = \dfrac{\underline{Z}_o(s)}{\underline{N}_o(s)}$ (P-Regler mit $K_P = 2$ und IT2-Strecke)

b.) $\omega_{-180^\circ} \approx 9$; $A_{rd} = +20\,dB \mathrel{\hat=} \text{Faktor } 10$; $\omega_D \approx 2.8$; $\varphi_{rd} = +40^\circ$; $K_{P\,krit} = 10K_P = 20$

c.) $\underline{G}_W(s) = \dfrac{\underline{Z}_o(s)}{\underline{N}_o(s) + \underline{Z}_o(s)} = \dfrac{8}{0.0125s^3 + 0.525s^2 + s + 8}$

d.) $\underline{\widetilde{G}}_o(s) = \underline{\widetilde{G}}_R(s) \cdot \underline{\widetilde{G}}_S(s) = \widetilde{K}_P \cdot (1 + sT_v) \cdot \dfrac{2}{s(1+0.5s)(1+0.025s)}$; $T_v = 0.5$

$\underline{\widetilde{G}}_o(s) = \dfrac{2\widetilde{K}_P}{s(1+0.025s)}$; $\omega_{-135^\circ} = 40$; $\underline{\widetilde{G}}_o(j\,\omega_{-135^\circ}) = 1 = \dfrac{2\widetilde{K}_P}{40\sqrt{1^2 + (0.025 \cdot 40)^2}} \Longrightarrow$

$\widetilde{K}_P = 20\sqrt{2} = 28.284$

---

2. Aufgabe: Ohne Mason: $\underline{G}_{ges} = \dfrac{G_1G_2G_3G_4}{1 + G_2G_3(1 + G_1G_4)}$ (Struktur einer Kaskadenregelung)

---

3. Aufgabe: Nach Mason: 1 Vorwärtspfad $\underline{G}_{vor}\,1 = G_1G_2$ und 4 Rückkopplungskreise

$\underline{G}_{kreis\,1} = -G_1G_2G_4G_6G_7$; $\underline{G}_{kreis\,2} = -G_2G_3$; $\underline{G}_{kreis\,3} = -G_4G_5$; $\underline{G}_{kreis\,4} = +G_7$

$D = 1 - \underline{G}_{kreis\,1} - \underline{G}_{kreis\,2} - \underline{G}_{kreis\,3} - \underline{G}_{kreis\,4}$ $[1 - \sum^{1)}]$

$+\underline{G}_{kreis\,2} \cdot \underline{G}_{kreis\,3} + \underline{G}_{kreis\,2} \cdot \underline{G}_{kreis\,4} + \underline{G}_{kreis\,3} \cdot \underline{G}_{kreis\,4}$ $[+ \sum^{2)}]$

$-\underline{G}_{kreis\,2} \cdot \underline{G}_{kreis\,3} \cdot \underline{G}_{kreis\,4}$ $[- \sum^{3)}]$

Da der Vorwärtspfad die Rückkopplungskreise $\underline{G}_{kreis\,1}$ und $\underline{G}_{kreis\,2}$ berührt, gilt

$D_1 = 1 - \underline{G}_{kreis\,3} - \underline{G}_{kreis\,4} + \underline{G}_{kreis\,3} \cdot \underline{G}_{kreis\,4}$ und man erhält

$$\underline{G}_{ges} = \frac{\underline{G}_{vor\,1} \cdot D_1}{D} = \frac{G_{12}(1 + G_{45} - G_7 - G_{457})}{\underbrace{1 + G_{12467} + G_{23} + G_{45} - G_7}_{[1-\sum^{1)}]} + \underbrace{G_{2345} - G_{237} - G_{457}}_{[+\sum^{2)}]} - \underbrace{G_{23457}}_{[\sum^{3)}]}}$$

---

4. Aufgabe: a.) $\underline{A}(s) = \frac{2}{s} + \dfrac{4}{s+0.5} - \dfrac{3}{s+3} + \dfrac{8}{s+10} = \frac{5}{s} \cdot \underline{G}(s)$

$\underline{G}(s) = \dfrac{11s^3 + 75.5s^2 + 190s + 30}{5s^3 + 67.5s^2 + 182.5s + 75}$; $Q = \frac{11}{5} = 2.2$

b.) $|\underline{G}(\omega = 0)| = \frac{30}{75} = 0.4 \mathrel{\hat=} -7.959\,dB$; $|\underline{G}(\omega \to \infty)| = \frac{11}{5} = 2.2 \mathrel{\hat=} 6.848\,dB$

---

5. Aufgabe: a.) $\underline{G}_S(s) = \dfrac{5}{(1+10s)(1+2s)}$; $\underline{G}_R(s) = \dfrac{K_P(1+10s)}{10s}$; $T_v = T_1 = 10$

b.) Nach der Tabelle zu Abschnitt 5.1.2 im Skriptum gehört zu einem Toleranzband der Breite $\epsilon = \pm 2\%$ der optimale Dämpfungsgrad $D_{opt} = 0.779\,70$ mit der normierten Ausregelzeit $\omega_0 t_{\epsilon\pm 2\%} = 3.602\,48$.

$\underline{G}_o(s) = \dfrac{0.5K_P}{s(1+2s)} = \dfrac{\underline{Z}_o(s)}{\underline{N}_o(s)}$; $\underline{C}(s) = \underline{Z}_o(s) + \underline{N}_o(s) = 2s^2 + s + 0.5K_P = 0.5K_P(1 + \frac{2s}{K_P} + \frac{4s^2}{K_P})$

Durch Koeffizientenvergleiche mit dem Nenner eines PT2c-Gliedes $1 + s\frac{2D}{\omega_0} + s^2\frac{1}{\omega_0^2}$ erhält man

$\omega_0 = 0.5\sqrt{K_P}$; $K_P = \dfrac{0.25}{D_{opt}^2} = 0.411\,23$; $\omega_0 = 0.320\,64$.

c.) Exakte Ausregelzeit: $t_{\epsilon\pm 2\%} = \dfrac{\omega_0 t_{\epsilon\pm 2\%}}{\omega_0} = 11.24$; Näherung mit der Hüllkurve: $t^*_{\epsilon\pm 2\%} = 17.52$

---

6. Aufgabe: c.) $\underline{E}(s) = \dfrac{s+5}{s^2+25}$ d.) $\underline{G}(s) = \dfrac{13\,600}{(s+4)(s+10)(s+2-j8)(s+2+j8)}$; $|\underline{G}(0)| = 5$

$$\text{e.) } \underline{A}(s) = \underline{E}(s) \cdot \underline{G}(s) = \underbrace{\frac{r_1}{s-j5} + \frac{r_1^*}{s+j5}}_{\underline{E}(s)} + \underbrace{\frac{r_2}{s+4} + \frac{r_3}{s+10} + \frac{r_4}{s+2-j8} + \frac{r_4^*}{s+2+j8}}_{\underline{G}(s)}$$

$$\text{f.) } a(t) = \underbrace{K_1 \cdot e^{0t} \cdot \sin(5t + \varphi_1)}_{\text{stationärer Anteil von e(t)}} + \underbrace{r_2 \cdot e^{-4t} + r_3 \cdot e^{-10t} + K_2 \cdot e^{-2t} \cdot \sin(8t + \varphi_2)}_{\text{transienter Anteil von G(s)}}$$

7. Aufgabe: a.) $\ddot{u} = 0.21837$; $D = 0.43589$; $\omega_d = 9$; $\omega_0 = 10$; $K_P = 4$; $T_{ab} = 0.22942$

b.) Ja, da $0 \leq D \leq \sqrt{2}/2 = 0.707$: $\omega_{max} = 7.874$; $G_{max} = 5.098 \,\widehat{=}\, 14.148\,dB$

c.) $G(0) = 4 \,\widehat{=}\, 12.041\,dB$; $|\underline{G}(j\,\omega_0)| = 4.588 \,\widehat{=}\, 13.232\,dB$

---

8. Aufgabe:

a.) H1 = 5 ; H2 = 30 ; H3 = 45 ; H4 = 9 ; H5 = 9 : Alle HA-Determinanten sind größer Null !

b.) Da der Polynomkoeffiziente a0 = -1 negativ ist, kann P(s) kein Hurwitzpolynom sein!
Deshalb immer zuerst die notwendigen Bedingungen prüfen:
Alle Polynomkoeffizienten müssen reell und ungleich Null sein und gleiche Vorzeichen besitzen.

---

9. Aufgabe: a.) $\underline{G}_o(s) = \dfrac{K_P(1+2s)}{2s} \cdot \dfrac{0.2}{(1+3s)(1+5s)(1+10s)} = \dfrac{\underline{Z}_o(s)}{\underline{N}_o(s)}$

$\underline{C}(s) = \underline{Z}_o(s) + \underline{N}_o(s) = 2 \cdot [\,150s^4 + 95s^3 + 18s^2 + s(\,1 + 0.2K_P\,) + 0.1K_P\,]$

Der ausgeklammerte gemeinsame Faktor 2 aller Koeffizienten hat keinen Einfluss auf die Vorzeichen der Hauptabschnitts-Determinanten und kann deshalb bei der Berechnung ignoriert werden.

Notwendige Bedingungen: 1.) $K_P > 0$ 2.) $1 + 0.2K_P > 0 \;\Rightarrow\; K_P > -5$

$H_2 = 18 + 3.6K_P - 9.5K_P \;\Rightarrow\; K_P < 3.0508$

$H_3 = 95H_2 - 150[\,1 + 0.2K_P]^2 \;\Rightarrow\; -6(K_P^2 + 103.417K_P - 260) > 0$

Die quadratische Gleichung beschreibt eine nach unten geöffnete Parabel mit den Nullstellen bei

$K_{P\,1,2} = -51.708 \pm 54.164 \;\Rightarrow\; K_P < 2.456$

Stabiles Verhalten liegt nur vor, wenn die Reglerverstärkung im Bereich $0 < K_P < 2.456$ liegt.

b.) Ohne Rechnung: Da der Regler einen I-Anteil enthält, wird nach ausreichend langer Zeit am Ausgang der Wert des Eingangssignals 3.159 exakt erreicht. Eine rechnerische Kontrolle kann mit dem Endwertsatz für die Bildfunktion $\underline{A}(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{\underline{Z}_0(s)}{\underline{Z}_0(s)+\underline{N}_0(s)}$ durchgeführt werden.

---

10. Aufgabe: a.) P-Regler mit aperiod. PDT2-Strecke oder PD-Regler mit aperiod. PT2-Strecke;

Ein PI-Regler kann hier nicht vorliegen, da keine Polstelle bei s=0 vorhanden ist.

b.) $\underline{G}_o(s) = 0.4 \cdot K_R \dfrac{s+10}{(s+2)(s+4)} = \dfrac{s \cdot 0.4K_R + 4K_R}{s^2 + 6s + 8} = \dfrac{\underline{Z}_o(s)}{\underline{N}_o(s)}$

c.) $\underline{G}_W(s) = \dfrac{\underline{Z}_o(s)}{\underline{Z}_o(s) + \underline{N}_o(s)} = \dfrac{s \cdot 0.4K_R + 4K_R}{s^2 + s[\,6 + 0.4K_R\,] + 8 + 4K_R} = \dfrac{\text{Zähler}}{\underline{C}(s)}$

d.) $\underline{C}(s) = (s - \alpha)^2 = s^2 - 2s\alpha + \alpha^2 = s^2 + s[\,6 + 0.4K_R\,] + 8 + 4K_R$

Koeffizientenvergleich ergibt $K_R^2 - 70K_R + 25 = 0 \;\Rightarrow\; K_{R\,1} = 0.35898$; $K_{R\,2} = 69.641$

e.) $\alpha_{1,2} = -3 - 0.2K_{R\,1,2} \;\Rightarrow\; \alpha_1 = -3.0718$; $\tau_1 = 0.32554$;
$\alpha_2 = -16.9282$; $\tau_2 = 0.05907$

Die beiden Zeitkonstanten treten in der EIA und in der ESA auf, da in beiden Fällen $\underline{C}(s)$ gleich ist.

f.) $h(t \to \infty) = \lim_{s \to 0}[\,s \cdot \frac{1}{s} \cdot \underline{G}_W(s)\,] = \frac{4K_R}{8+4K_R}$; $h_1 = 0.15218$; $h_2 = 0.97208$
Bleibende Regelabweichungen vom Sollwert 1 : Bei $K_{R\,1} : -84.78\,\%$ und bei $K_{R\,2} : -2.79\,\%$

g.) Durch die reelle Nullstelle ergibt sich grundsätzlich ein differenzierender Beitrag.
Dieser ist im Fall 1 sehr klein, da der (hier dominierende) Doppelpol nahe der jw-Achse und die Nullstelle deutlich links davon liegt: $h_{max\,1} = h_1 = 0.15218$.
Im Fall 2 dagegen liegt die (hier dominierende) Nullstelle näher an der jw-Achse als der Doppelpol, wodurch h(t) über seinen Endwert hinaus ansteigt: $h_{max\,2} = 1.081 > h_2 = 0.97208$. Das Maximum wurde mit LINRK berechnet.

h.) Über die Forderung nach Stabilität ($\sigma < 0$) hinaus verbieten die beiden Vorgaben für die Polstellen :
1.) $D \leq 0.8$: Zwei dreieckförmige Bereiche unter dem Winkel $\gamma \leq 53.13°$ gegen die jw-Achse
2.) $T_{ab} \geq 0.2$: Ein Streifen parallel zur jw-Achse in der linken s-Halbebene für $-5 \leq \sigma < 0$

11. Aufgabe:

1. Zuerst betrachtet man das Verhalten bei tiefen Frequenzen:

Die Regelstrecke enthält einen I-Anteil (bei tiefen Frequenzen beträgt der Winkel $\varphi = \mathbf{-90°}$; der Betrag fällt mit -20 dB/Dekade : 60 dB bei w = 0.001 und 40 dB bei w = 0.01).
Den Wert der Konstante liest man z.B. ab bei w = 0.001 ab: 1000 = K / 0.001 $\Rightarrow$ K = 1.

2. Im Betragsverlauf ist ein Knick nach oben zu sehen:

Die Funktion besitzt eine reelle Nullstelle bei $\mathbf{s_{01} = -0.1}$, die zu einer Eckfrequenz $\omega_1 = \mathbf{0.1}$ führt.
Dadurch ändert sich die Steigung im Betragsverlauf um +20 dB / Dekade.
Die zugehörige Zeitkonstante hat den Wert $\mathbf{T_1 = 10}$.

3. Der zu hohen Frequenzen hin immer steiler abfallende Verlauf des Phasenwinkels (der nicht gegen einen endlichen Wert strebt) deutet auf eine Totzeit hin.

Den Wert der Totzeit ermittelt man aus der Phasenverschiebung bei hohen Frequenzen:
Durch den I-Anteil (-90°) und die Nullstelle (+90°) erhält man dort zunächst einen Winkel von 0°.
Die Winkeländerung bei $\omega = \mathbf{10^3}$ auf den Wert $\varphi = \mathbf{-180°} = -\pi = -\omega \cdot \mathbf{T_{tot}}$ wird durch die Totzeit verursacht. Deren Wert errechnet man wie folgt: $\mathbf{T_{tot}} = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{\mathbf{10^3}} = \mathbf{3.142 \cdot 10^{-3}}$

Die gesuchte Übertragungs-Funktion der Regelstrecke lautet $\underline{\mathbf{G}}_\mathbf{S}(\mathbf{s}) = \frac{\mathbf{1+10s}}{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{e^{-s \cdot 3.142 \cdot 10^{-3}}}$.

12. Aufgabe:

a.) Im Arbeitspunkt (stationär bedeutet ohne Änderungen, d.h. bei w = 0) ergeben sich die folgenden Signalwerte:

$\mathbf{x_0 = 1.5}$; $\mathbf{c_0 = x_0 \cdot \frac{5}{3} = 2.5}$; $\mathbf{b_0 = \frac{c_0}{2} = 1.25}$; $\mathbf{a_0 = 0}$ sonst würden sich die Signale ändern!
$\mathbf{d_0 = \sqrt{c_0} = 1.5811}$; $\mathbf{e_0 = x_0 + d_0 = 3.0811}$; $\mathbf{f_0 = e_0 \cdot b_0 = 3.8514}$; $\mathbf{w_0 = f_0 = 3.8514}$

b.) Durch die Linearisierung ergibt sich für die Wurzelfunktion im Arbeitspunkt als lineare Ersatzverstärkung der Wert $\mathbf{G_{cd} = 0.3162}$.

Im Arbeitspunkt wird das Verhalten des Multiplizierers durch lineare Ersatzverstärkungen angenähert:
$\mathbf{G_{bf} = e_0 = 3.0811}$; $\mathbf{G_{ef} = b_0 = 1.25}$.

c.) Die Analyse der linearisierten Anordnung nach Mason (1 Vorwärtspfad, der alle 3 Rückkopplungskreise berührt) ergibt für kleine Änderungen um den Arbeitspunkt die Übertragungs-Funktion

$$\underline{\mathbf{G}}_\mathbf{W}(\mathbf{s}) = \frac{\mathbf{\Delta X}}{\mathbf{\Delta W}} = \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{3s^3 + 25.2433s^2 + 55.0881s + 26.858}}.$$

d.) $\underline{\mathbf{G}}_\mathbf{W}(\mathbf{0}) = \frac{\mathbf{6}}{\mathbf{26.858}} = \mathbf{0.2234} \mathrel{\widehat{=}} \mathbf{-13.018\,dB}$